

## Messung des Effektivwertes

Die Effektivwerte von Wechselspannungen oder Wechselströmen sind unmittelbar mit deren Leistungen verknüpft. Daher besteht die Notwendigkeit, die Effektivwerte meßtechnisch genau zu erfassen.

### 1 Leistung bei Gleichstrom

Gleichströme  $I$  und Gleichspannungen  $U$  sind per Definition in ihrem Wert zeitlich unveränderlich. Die Leistung  $P$ , die ein Verbraucher mit dem Widerstand  $R$  aufnimmt, ist deshalb konstant.

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R \quad (1.1)$$

Da diese Beziehung unabhängig von der Größe des Widerstandes  $R$  gilt, wird vereinfachend  $R = 1\Omega$  gesetzt.

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{1\Omega} = I^2 \cdot 1\Omega \quad \rightsquigarrow \quad P \sim U^2 \sim I^2 \quad (1.2)$$

Die Leistung ist somit proportional zum Quadrat des Wertes der Gleichgröße (Spannung bzw. Strom). Für die weitere Betrachtung kann man sich daher auf diese Quadrate beschränken.

### 2 Leistung bei Wechselstrom

Wechselgrößen sind per Definition zeitlich veränderlich. Ihre Augenblickswerte sind also nicht konstant. Überträgt man die obigen Gleichungen direkt auf eine Wechselgröße, erhält man demzufolge eine zeitlich schwankende Leistung.

#### 2.1 Effektivwert (RMS)

Viel häufiger als die zeitlichen Änderungen der Leistung interessiert die mittlere Leistung, die z.B. in Form von Wärme in einem Widerstand  $R$  umgesetzt wird. Wenn die Wechselgröße ihre Parameterwerte nicht ändert, also stationär ist, ist die mittlere Leistung konstant. Dies wird im Weiteren hier vorausgesetzt.

Von einem Wechselstrom  $i(t)$  oder einer Wechselspannung  $u(t)$  müssen nun die Effektivwerte (RMS: *Root Mean Square*)  $I_{\text{eff}}$  und  $U_{\text{eff}}$  so bestimmt werden, daß damit die mittlere Leistung der Wechselquelle mit den Formeln (1.1) bzw. (1.2) angegeben werden kann, wenn dort die Effektivwerte  $I_{\text{eff}}$  bzw.  $U_{\text{eff}}$  eingesetzt werden.

#### 2.2 Sinusförmige Zeitfunktion

Als zeitabhängige Wechselgröße werde eine sinusförmige Wechselspannung betrachtet.

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) = \hat{U} \cdot \sin(2\pi f t) = \hat{U} \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T}); \quad \omega = 2\pi f, \quad T = \frac{1}{f} \quad (2.1)$$

$\hat{U}$  ist die Amplitude und  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz der Wechselspannung, wobei  $f$  deren Frequenz ist. Eine solche Wechselspannung ist eine stationäre Größe, denn ihre Parameter  $\hat{U}$  und  $\omega = 2\pi f$  ändern sich nicht. Zusätzlich ist eine sinusförmige Zeitfunktion periodisch mit einer Periode  $T = 1/f$ . Als Beispiel hierfür kann man die Netzspannung nehmen, die eine Frequenz von  $f = 50\text{Hz}$  hat.

Wegen der Periodizität der Sinus-Spannung kann die Berechnung der an einem Widerstand  $R$  umgesetzten Leistung  $P = P_{\text{mittel}}$  auf eine Periode  $T$  beschränkt werden. Mit Gl. (2.1) folgt das Integral.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u(t)^2}{R} dt = \frac{\hat{U}^2}{R \cdot T} \cdot \frac{T}{2\pi} \int_0^T \sin^2 \left[ 2\pi \frac{t}{T} \right] d \left[ 2\pi \frac{t}{T} \right] = \frac{\hat{U}^2}{R \cdot T} \cdot \frac{T}{2\pi} \left\{ \underbrace{\left[ \frac{\pi t}{T} \right]_0^T}_{=\pi} - \frac{1}{4} \underbrace{\sin \left[ 4\pi \frac{t}{T} \right]_0^T}_{=0} \right\} \quad (2.2)$$

Damit wird die über eine Periode des Sinus gemittelte Leistung:

$$P = \frac{\hat{U}^2}{2R} \sim \frac{\hat{U}^2}{2} \quad (2.3)$$

Aus dem Vergleich mit Gleichung (1.2) folgt somit für den Effektivwert  $U_{\text{eff}}$  bzw.  $I_{\text{eff}}$  einer sinusförmigen Wechselgröße:

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \quad \text{bzw.} \quad I_{\text{eff}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \quad \textbf{Effektivwert} \quad (2.4)$$

In Bild 2.1 sind die entsprechenden Zeitverläufe dargestellt. Die Amplitude ist dabei zu  $\hat{U} = \sqrt{2}$  gewählt, damit der Effektivwert  $U_{\text{eff}} = 1$  somit genau gleich 1 wird. (Die Einheiten sind: Volt bzw. Ampère)

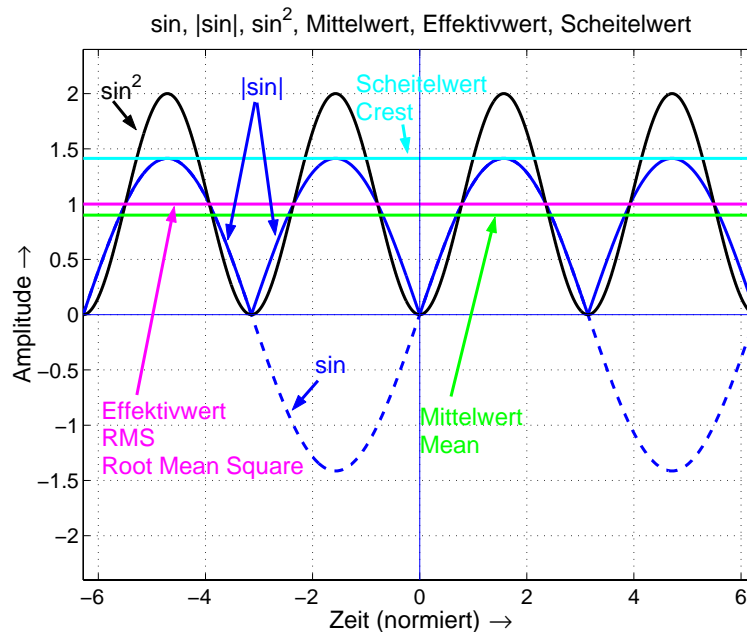


Bild 2.1: Zeitverläufe einer sinusförmigen Funktion

## 2.3 Messgeräte für sinusförmige Wechselspannungen

Viele Messgeräte (z.B. analoge oder digitale Multimeter) sind für die Messung sinusförmiger Spannungen ausgelegt. Mit dieser Spezialisierung kann man die Messung des Effektivwertes vereinfachen. Man verwendet technisch einen Brückengleichrichter um aus der Wechselspannung eine Sinus-Betrag-Spannung  $|\sin|$  zu machen und bildet den (zeitlichen) Mittelwert (*Mean*)  $|\overline{U}|$ . Diesen Mittelwert erhält man rechnerisch indem über eine halbe Periode des Sinus integriert wird.

$$|\overline{U}| = |\overline{u(t)}| = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \hat{U} \cdot \sin(\omega t) dt = \dots = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U} \quad (2.5)$$

Ein solches Messgerät zeigt also tatsächlich  $|\overline{U}| = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U}$  an und nicht den gewünschten Wert  $U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ .

Beschränkt man sich jedoch auf die Messung rein sinusförmiger Größen, so kann man die Skalenbeschriftung bzw. das Display entsprechend umrechnen. Es ergibt sich ein Korrekturfaktor, der auch als „Formfaktor“ bezeichnet wird, von:

$$K_{\text{sin}} = \frac{U_{\text{eff}}}{|\overline{U}|} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11 \quad \textbf{Formfaktor} \quad (2.6)$$

Damit kann für sinusförmige Spannungen bzw. Ströme deren Effektivwert mit Hilfe deren Mittelwert gemessen werden. Aber eben nur dafür!

### 2.3.1 Crest und RMS

In Bild 2.1 sind weitere Größen vermerkt: *Crest* und *RMS*: *Root mean Square*. *Crest* ist der Scheitelwert und bei einer Sinusspannung identisch mit der Amplitude  $\hat{U}$ .

Die Bedeutung von *RMS: Root Mean Square* ist „Effektivwert“ und diese erschließt sich sofort, wenn man die Gleichungen (2.2) und (2.4) allgemeiner formuliert.

$$U_{\text{RMS}} = U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \sqrt{u(t)^2} \quad (2.7)$$

*RMS* ist gemäß Gl. (2.7) also die „Wurzel aus dem (zeitlich) gemittelten Quadrat“ der Wechselgröße.

### 2.3.2 Crestfaktor

Das Verhältnis von Scheitelwert (oder Spitzenwert)  $\hat{U}$  zu Effektivwert (*RMS*)  $U_{\text{eff}}$  wird mit Crestfaktor  $C_F$  bezeichnet.

$$C_F = \frac{\hat{U}}{U_{\text{eff}}} = \frac{\hat{U}}{U_{\text{RMS}}} = \sqrt{2} \quad \text{Crestfaktor} \quad (2.8)$$

Für Sinusgrößen ist  $C_F = \sqrt{2} \approx 1,4142135 \dots \simeq 3 \text{ dB}$ .

## 2.4 Normalverteilte Rauschspannung

Während man sich für die reine Meßtechnik oft auf sinusförmige Spannungen beschränken kann, sind Nachrichtensignale von Natur aus zufällig (regellos, *random*) und können besser durch eine normalverteilte Rauschspannung modelliert werden.

Was mißt man aber hier mit einem Multimeter? Zeigt dieses hier auch den Effektivwert an? Wie groß ist der Anzeigefehler?

Bild 2.2 zeigt eine solche Rauschspannung, sowie deren Betrag und Quadrat (entsprechend zur Leistung), zusätzlich deren Effektivwert und Mittelwert des Betrages.

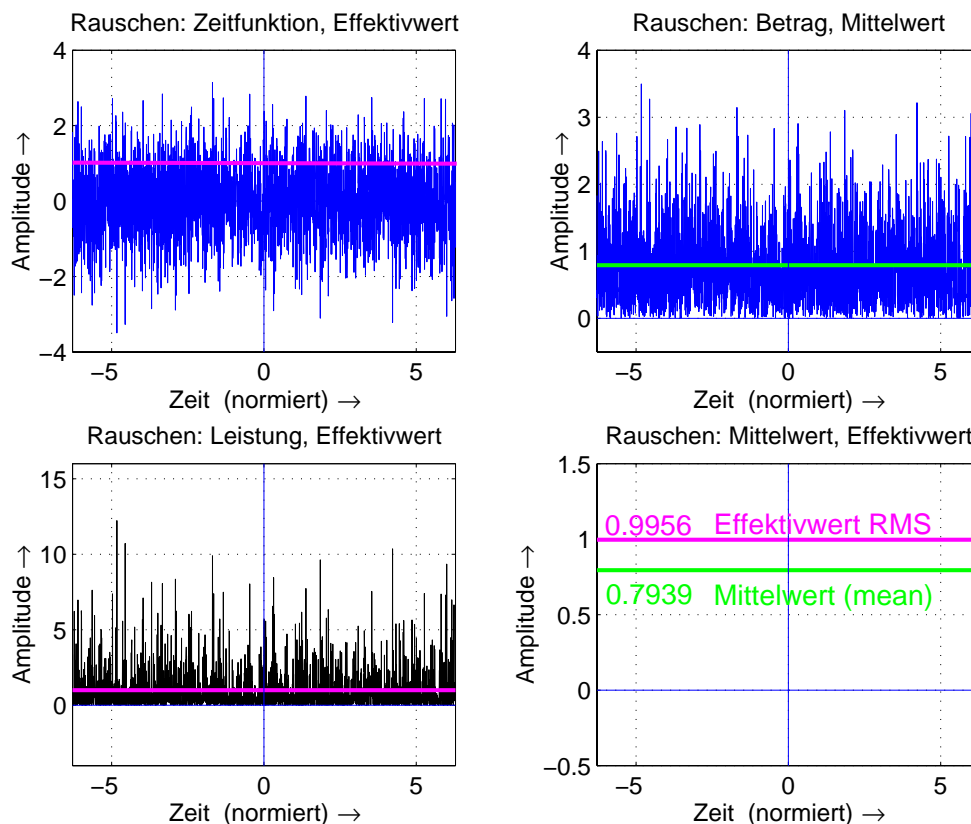


Bild 2.2: Zeitverläufe einer normalverteilten Rauschspannung

Die Rauschspannung wurde auf dem PC mit MATLAB<sup>R</sup> erzeugt. Der Effektivwert *RMS* sollte exakt  $U_{\text{eff}} = 1$  sein, was aber bei einer Zufallsgröße tatsächlich nur dann eintritt, wenn theoretisch  $\infty$  viele Stützwerte verwendet werden.

Diese Rauschspannung hat also einen konstanten Effektivwert und damit eine konstante mittlere Leistung, jedoch ist sie nicht periodisch. Es kann auch ein Mittelwert der gleichgerichteten Rauschspannung angegeben werden ( $\overline{|U|} \approx 0,7939$ ), jedoch kein Spitzenwert.

Der Formfaktor für Rauschen müßte gemäß den Meßwerten in Bild 2.2 folgenden Wert haben.

$$K_{\text{noise}} = \frac{U_{\text{eff}}}{\overline{|U|}} = \frac{0,9956}{0,7939} \approx 1,254 \approx 1,12 \cdot K_{\text{sin}} \quad \text{Formfaktor} \quad (2.9)$$

Da er also größer sein muß als der Formfaktor für Sinusgrößen  $K_{\text{sin}} \approx 1,11$ , zeigt somit ein Multimeter, das den Mittelwert mißt, zu wenig an. Dieser Fehler beträgt damit  $\approx 11 \div 12\%$ .

### 2.4.1 Crest-Faktor von Rauschen

Bild 2.3 zeigt eine gemessene Rauschspannung und die zugehörige Gauß-förmige (Gauß'sche Glockenkurve) Verteilungs-Dichte-Funktion (PDF *probability density function*)<sup>1</sup> der Amplituden.<sup>2</sup> Die PDF gibt an, wie wahrscheinlich welcher Amplitudenwert bei einer (normalverteilten) Rauschspannung auftritt. Während also Werte um Null sehr wahrscheinlich sind, treten Werte mit größeren Amplituden immer seltener auf, je größer die Amplitudenwerte sind. Theoretisch (und ganz ganz selten) könnte auch ein Amplitudenwert  $\rightarrow \infty$  auftreten.

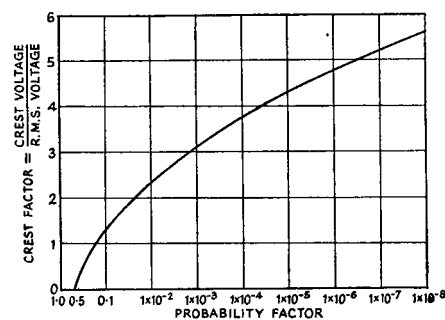
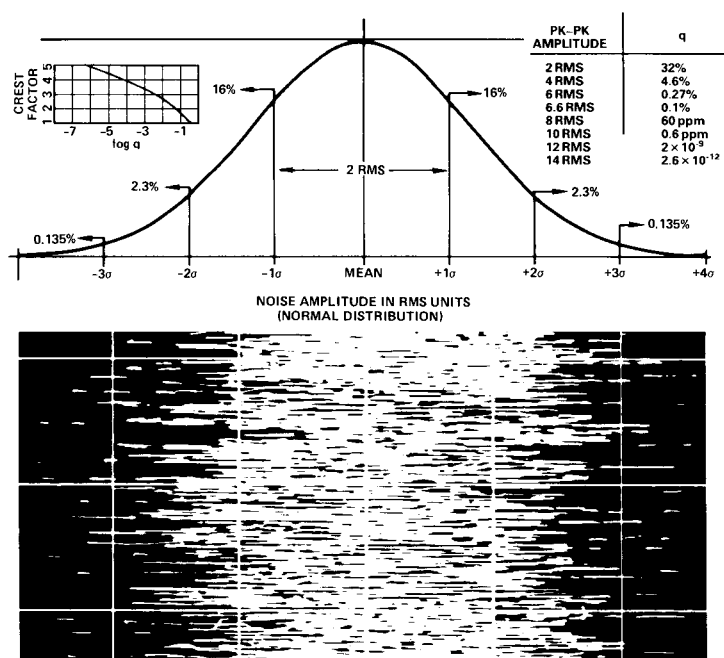


Bild 2.4: Der Crest-Faktor von Rauschen mit Gauß-förmiger PDF: Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt ein Spitzenwert auf.

Bild 2.3: Rauschen und Gauß-förmige Verteilungs-Dichte-Funktion (PDF *probability density function*)

Das Verhältnis von Spitzenwert zum Effektiv-Wert (RMS *root mean square*) wird mit Crest-Faktor  $C_F$  bezeichnet. Theoretisch ist beim weißen Gauß-verteilten Rauschen (WGN *White Gaussian Noise*)  $C_F \rightarrow \infty$ , was jedoch mit einer Wahrscheinlichkeit  $q \rightarrow 0$  auftritt. Werte von  $C_F > 4\sigma = 4U_{\text{eff}} = 4U_{\text{RMS}} \div 12 \text{ dB}$  treten nur noch mit der Wahrscheinlichkeit  $q \approx 6 \cdot 10^{-5}$  (60 ppm) auf (siehe Bild 2.4 und Tabelle in Bild 2.3). In einer praktischen Anwendung muß eine Amplituden-Begrenzung vorgesehen werden.

<sup>1</sup>Die Gauß'sche Glockenkurve tritt in der Natur sehr häufig auf, weshalb sie auch als „Normal“-Verteilung bezeichnet wird.

<sup>2</sup>In diesem Bild wird der Effektivwert  $U_{\text{eff}} = \sigma$  bezeichnet ( $\sigma$  = „Streuung“), wie es in der Statistik allgemein üblich ist.

## 2.5 Anwendungen

### 2.5.1 Audio-Verstärker

Bei einem Audio-Verstärker interessiert u.a. die Leistung, die dieser an die Lautsprecher liefern kann. Zusätzlich soll er verzerrungsfrei arbeiten. Das wäre also die effektive Leistung.

- Setzt man (meßtechnisch) eine Aussteuerung mit einem Sinussignal voraus, hat man Verhältnisse wie in Bild 2.1. Hat dieser Verstärker einen (verzerrungsfreien) Aussteuerbereich von  $\pm U_{\max}$ , so kann der Effektivwert der Ausgangsspannung  $U_{\text{eff}} = U_{\max}/\sqrt{2}$  betragen. Die zugehörige Sinusleistung sei mit 100% angenommen.
- Wird mit einem Rauschsignal wie in Bild 2.2 angesteuert, so kann die Ausgangsspannung eigentlich nur noch  $U_{\text{eff}} = U_{\max}/(3 \div 4)$  betragen, wenn verhindert werden soll, daß einzelne Spitzen zur Übersteuerung führen. Die zugehörige (unverzerrte) Rauschleistung ist daher  $\frac{2}{9} = 0,22 \div 22\%$  bzw. für Puristen  $\frac{2}{16} = 0,125 \div 12,5\%$ .

Die letzte Aussage steht im klaren Widerspruch zu der von der Werbung angegeben „Musikleistung“, die i.a. mit mindestens der doppelten Sinusleistung beziffert wird. Für die Werbung können die Werte ja nicht groß genug sein, weil „Leistung“ ein Auswahlkriterium für die Käufer ist.<sup>3</sup>

### 2.5.2 Röhrenverstärker contra Transistorverstärker

Zunächst muß noch klar gestellt werden, daß es sich bei Audio-Signalen nicht um stationäre Signale handelt. Trotzdem sind sie von ihrem Charakter her ähnlicher einem Rauschsignal als einem Sinus-Signal, Bild 2.5.

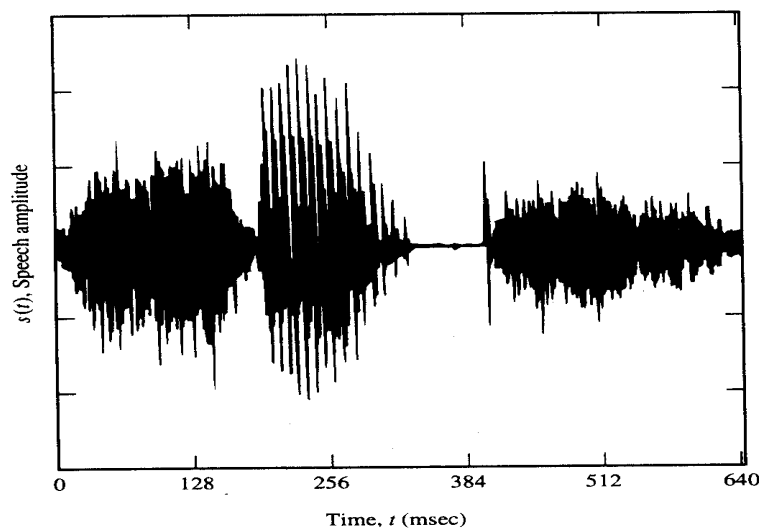


Bild 2.5: Zeitverläufe eines Sprachsignals

Wie zu sehen ist, treten auch hierbei die für das Rauschsignal typischen hohen Spitzenwerte auf. Daneben gibt es auch Zeitabschnitte mit kleinen Amplituden, wo das Signal wenig Leistung hat. „Musikleistung“ setzt sich daher aus Zeitabschnitten sehr großer und sehr kleiner Leistung zusammen, so daß sich im Mittel etwa ein ähnlicher Wert wie die „Sinusleistung“ ergibt. Dies ist für die Verlustleistungs- und Wärme-Bilanz von Verstärkern und Lautsprechern wichtig.

Die landläufige Meinung ist nun: **„Röhren-Verstärker klingt besser als Transistor-Verstärker“**.

- Diese Aussage **stimmt**, wenn die „Sinusleistung“ bzw. die „Musikleistung“ des Verstärkers zugrunde gelegt wird.

<sup>3</sup>Man hat deshalb sogar noch eine „Fantasie-Leistung“ mit dem 10 bis 20 fachen Wert der Sinusleistung geschaffen, die aber nur angibt, bei welcher entnommenen Leistung die Netzversorgung innerhalb weniger Millisekunden in die Knie geht. Diese Angaben finden sich insbesondere auf Computer-Boxen.

- Diese Aussage **stimmt nicht**, wenn dem Verstärker nur 12% bis 22% seiner Sinusleistung entnommen wird, weil dann praktisch kaum einmal eine Übersteuerung entsteht.

Wird ein Verstärker mit einem Audiosignal zu weit ausgesteuert, so werden die in dem Signal vorhandenen Amplitudenspitzen durch die Höhe der Betriebsspannungen auf  $\pm U_{\max}$  begrenzt. Die Unterschiede zwischen Röhre und Transistor bestehen in der Art dieser Begrenzung.

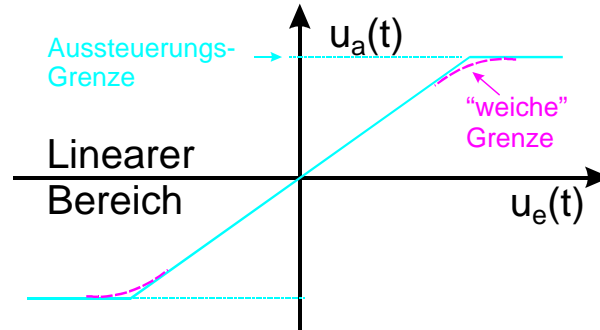


Bild 2.6: Kennlinie eines Verstärkers: „weiche“ Grenze bei Röhrenverstärkern

- Eine Röhre kommt (allmählich) in die Sättigung, Bild 2.6. Der Röhrenverstärker hat daher eine Kennlinie, die sanft in die Sättigung übergeht. Die Amplitudenspitzen werden zwar reduziert, aber dabei auch verrundet. Damit entstehen Klirrprodukte niedriger Ordnung, die das Ohr als Klänge wahrnimmt.
- Ein Transistorverstärker hat infolge der hier immer notwendigen Gegenkopplung eine lineare Kennlinie, die an der Übersteuerungsgrenze abknickt. Die Amplitudenspitzen werden „abrasiv“, wodurch scharfkantige Zeitverläufe entstehen, die nun hohe Frequenzanteile besitzen. Damit entstehen Klirrprodukte hoher Ordnung, die das Ohr als dissonant wahrnimmt.

### 2.5.3 COFDM Sender

Bei Vielträgersystemen (DAB, DVB-T, DRM, WLAN) mit COFDM-Modulation ist das Sendesignal sehr ähnlich einem Rauschsignal (auf der jeweiligen nominellen Trägerfrequenz). Für die Sender hat das zur Folge, daß diese sehr viel weniger weit ausgesteuert werden können als bei analogen Modulationen oder digitalen Einträgersystemen. Die Aussteuerungsgrenze wird hierbei i.w. durch die (gerade noch) zulässige Ausserbandstrahlung festgelegt.

## 3 True RMS Messung

Meßgeräte (Multimeter), die den Effektivwert (nicht den gleichgerichteten Mittelwert) messen, werden auch mit „True RMS“ bezeichnet. Es gibt dabei 2 Meßprinzipien.

- Ein thermischer Umformer liefert eine der Leistung bzw. dem Effektivwert proportionale Ausgangsgröße.
- Es wird eine Struktur gemäß der Definitions-Gleichung (2.7) realisiert.

### 3.1 Thermischer Umformer

Hierbei heizt die zu messende Wechselspannung einen Widerstand auf. Ein Thermoelement erzeugt daraus eine Spannung  $U_T$ . Ein Operationsverstärker ist mit Hilfe eines zweiten (identischen) Thermoumformers so beschaltet, daß beide Thermospannungen gleich groß werden. Da dieser zweite mit Gleichspannung beheizt wird, muß diese (per Definition) den Wert  $U_{\text{eff}} = U_{\text{RMS}}$  haben, Bild 3.1. (In diesen Bildern wird  $u(t)$  mit  $V_{\text{IN}}$  und  $U_{\text{eff}} = U_{\text{RMS}}$  mit  $V_{\text{OUT}}$  bezeichnet.)

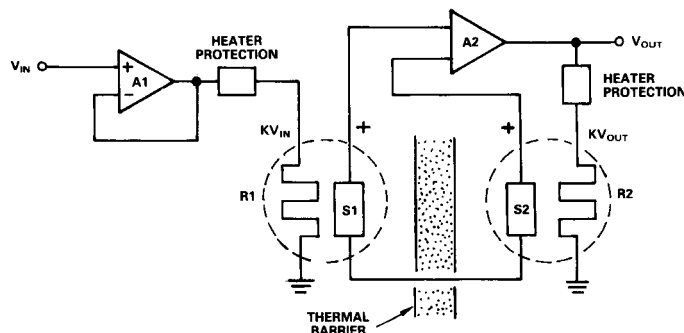


Bild 3.1: Bildung des Effektivwertes mit Thermo-Umformern

- Vorteil: hohe Grenzfrequenz möglich.
- Nachteil: Eingangs-Leistung erforderlich; darf nicht überlastet werden.

### 3.2 Nachbildung der Definitionsgleichung

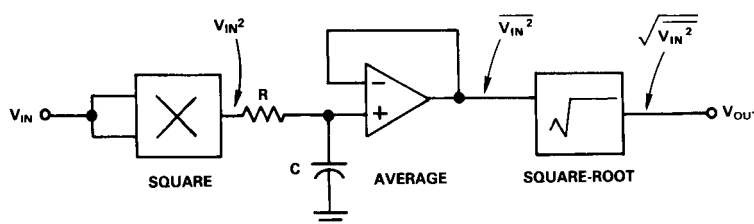
Hier zunächst noch einmal die Definitionsgleichung (2.7) für den Effektivwert.

$$U_{\text{RMS}} = U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \sqrt{\overline{u(t)^2}} \quad (3.1)$$

Bei der Entwicklung eines Blockschaltbildes aus dieser Gleichung muß man von „innen“ nach „außen“ vorgehen, bezogen auf den rechten Ausdruck in Gl. (3.1).

1. Bildung von  $u(t)^2$  aus  $u(t)$  mit einem Quadrierer.
2. Erzeugung des zeitlichen Mittelwertes  $\overline{u(t)^2}$  mit einem Tiefpaß-Filter. (Theoretisch: Integrierer)
3. Bildung der Wurzel aus dem Mittelwert,  $\sqrt{\overline{u(t)^2}}$ , mit einem Radizierer.

Für alle diese Funktionsblöcke gibt es integrierte Schaltkreise und es ergibt sich eine Blockschaltung gemäß Bild 3.2. (In diesen Bildern wird  $u(t)$  mit  $V_{\text{IN}}$  und  $U_{\text{eff}} = U_{\text{RMS}}$  mit  $V_{\text{OUT}}$  bezeichnet.)

Bild 3.2: Blockschaltbild zur Gewinnung des Effektivwertes ( $V_{\text{OUT}} = U_{\text{eff}} = U_{\text{RMS}}$ ) gemäß Definitionsgleichung.

Diese direkte Realisierung der Definitionsgleichung ist technisch allerdings nicht ideal, was daran liegt, daß die Amplitudenunterschiede nach der Quadrierung sehr viel größer werden als davor, siehe auch Bild 2.2 (Seite 3). So wird dann für eine Eingangsspannung von  $10 \text{ mV} = 10^{-2} \text{ V}$  eine Ausgangsspannung von  $10^{-4}/10 \text{ V} = 10 \text{ } \mu\text{V}$ , die dann bereits in der Rauschspannung des Radizierers untergeht.

### 3.2.1 Verbesserte Blockschaltung

Einen erhöhten Dynamikbereich erreicht man durch eine Rückführung des Ausgangssignals auf den Quardrierer. Bei diesem wird dann die Referenzspannung von 10 V durch die rückgeführte Ausgangsspannung ersetzt, wodurch die Blockstruktur nach Bild 3.3 entsteht.  $V_{OUT} = U_{eff} = U_{RMS}$  wird damit implizit gewonnen.

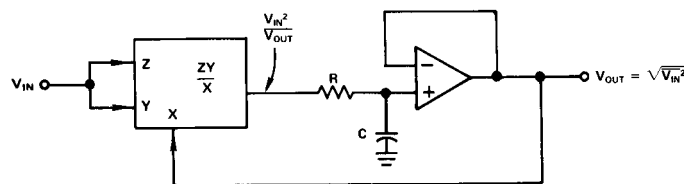


Bild 3.3: Blockschaltbild zur Gewinnung des Effektivwertes ( $V_{OUT} = U_{eff} = U_{RMS}$ ) mit großem Dynamikbereich.

Gemäß dieser Blockstruktur arbeiten die ICs, die in den „True RMS“ Meßgeräten verwendet werden.<sup>1</sup>

### 3.3 Realisierung von Multiplizierer und Dividierer

Bei einer Realisierung eines „RMS-Converters“ als integrierte Schaltung werden die erforderliche **Multiplikation** und **Division** mit Hilfe einer Logarithmierung auf eine **Addition** und **Subtraktion** zurückgeführt. Die gewünschte Ausgangsgröße „Effektivwert“ erhält man anschließend mit Hilfe einer Ent-Logarithmierung (*antilog*), die in der Bildung einer Exponentialfunktion besteht. Das Blockschaltbild 3.4 zeigt diese Struktur.

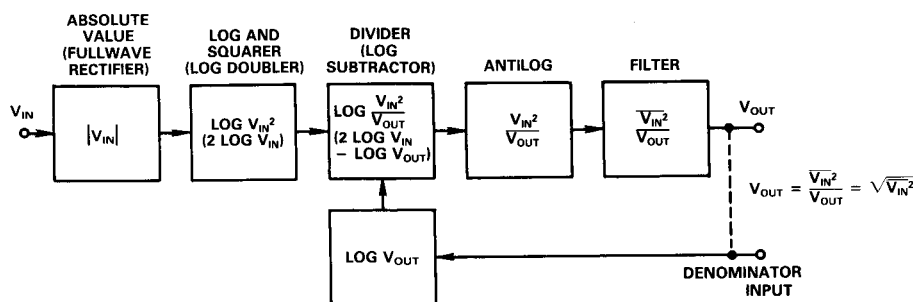


Bild 3.4: Blockschaltbild zur Gewinnung des Effektivwertes ( $V_{OUT} = U_{eff} = U_{RMS}$ ) mit Logarithmus und Exponentialfunktion.

Der erforderliche logarithmische Zusammenhang ist physikalisch durch die Abhängigkeit der Basisspannung  $u_{BE}$  eines Transistors von seinem Kollektorstromes  $i_C$  gegeben, die allerdings auch temperaturabhängig ist.

$$u_{BE} = \frac{kT}{q} \ln \left\{ \frac{i_C}{I_S} \right\} \quad (3.2)$$

Hierbei sind:

- $k = 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{Ws/K}$  Boltzmann-Konstante
- $T$  absolute Temperatur
- $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{As}$  Elementarladung
- $I_S$  Sättigungsstrom



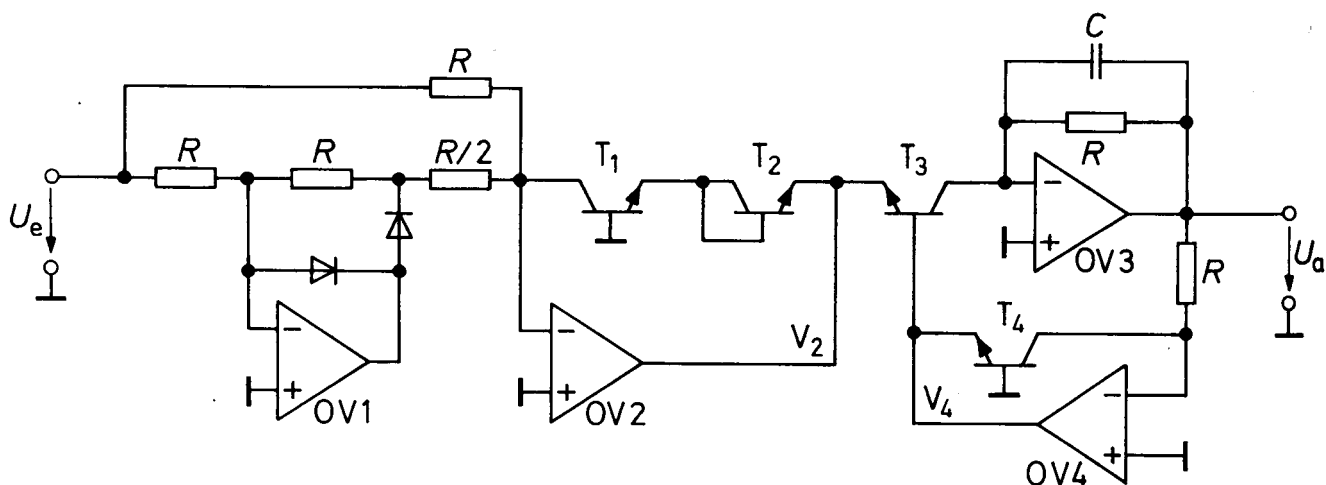


Bild 3.5: Prinzipschaltbild zur Gewinnung des Effektivwertes ( $V_a = U_{\text{eff}} = U_{\text{RMS}}$ ) mit Logarithmus und Exponentialfunktion.

Eine prinzipielle Schaltung gemäß dem Blockschaltbild 3.4 ist in Bild 3.5 gezeigt. Die Teile der Schaltung und das Blockschaltbild 3.4 lassen sich folgendermaßen zuordnen.

- Der (beschaltete) Operationsverstärker  $OV1$  mit den beiden Dioden ist der Vollweg-Gleichrichter.
- Der Operationsverstärker  $OV2$  mit den Transistoren  $T_1$  und  $T_2$  in der Rückführung bildet den Logarithmus des Quadrates der Eingangsspannung.
- Der Transistor  $T_3$  bildet die Exponentialfunktion.
- Der Operationsverstärker  $OV4$  mit dem Transistor  $T_4$  in der Rückführung logarithmiert die Ausgangsspannung.
- Der Operationsverstärker  $OV3$  ist als Tiefpaß beschaltet und bewirkt die Mittelung (näherungsweise: Integration).

Eine Übersicht über RMS-Konverter ICs gibt die nachfolgende Tabelle.

Typ	Hersteller	Technologie	Genauigkeit	Bandbreite
AD637	Analog Devices	bipolar	0,1%	80 kHz
AD736	Analog Devices	bipolar	0,3%	30 kHz
AD8361	Analog Devices	bipolar	0,5 dB	2,5 GHz
AD536	Maxim	bipolar	0,2%	45 kHz
LH0091	National	hybrid	0,2%	80 kHz

Zu den in der Tabelle angegebenen Genauigkeiten und Bandbreiten siehe Abschnitt 5.

## 4 Statische Kennlinie des RMS-Konverters

Da der Effektivwert  $U_{\text{eff}}$  per Definition der Gleichspannung  $U$  entspricht, die zu gleichen Leistungen in einem Widerstand  $R$  führen, kann demzufolge die Kennlinie eines RMS-Konverters mit Hilfe von Gleichspannung gemessen werden.

Im Unterschied zu einer Gleichspannung, die positive und negative Werte annehmen kann, ist der Effektivwert immer eine positive Größe. Damit erhält man eine statische Kennlinie eines RMS-Konverters gemäß Bild 4.1. In dieser Grafik sind zusätzlich die statischen Fehler gezeigt, die hier auftreten können.

<sup>1</sup>Meßgeräte mit Digitalanzeige nutzen diese analogen ICs ebenfalls, da erst deren Ausgangsgröße digitalisiert wird, was nur eine „langsame“ AD-Wandlung erfordert.

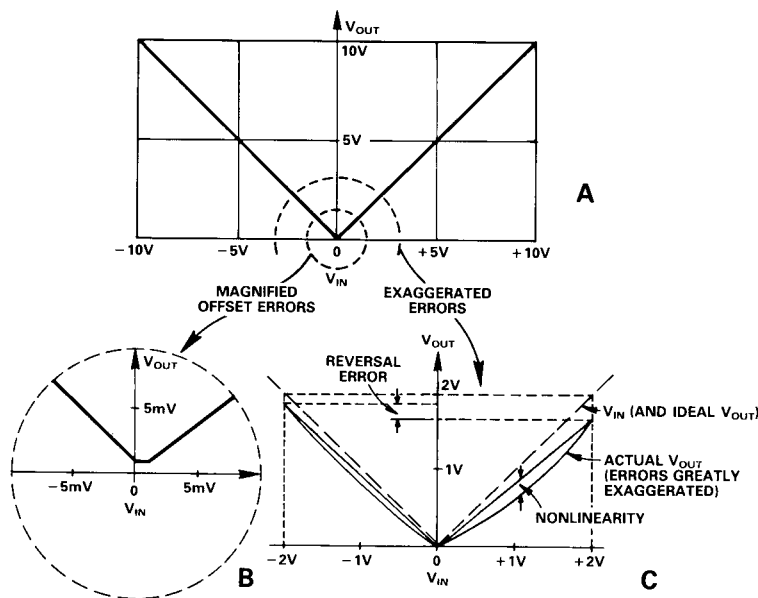


Bild 4.1: Statische Kennlinie eines RMS-Konverters und prinzipielle Fehler.

Die Kennlinie läßt sich auch mit Hilfe eines Oszilloskops darstellen, wobei die Frequenz des Generators sehr niedrig einzustellen ist, Bild 4.2.

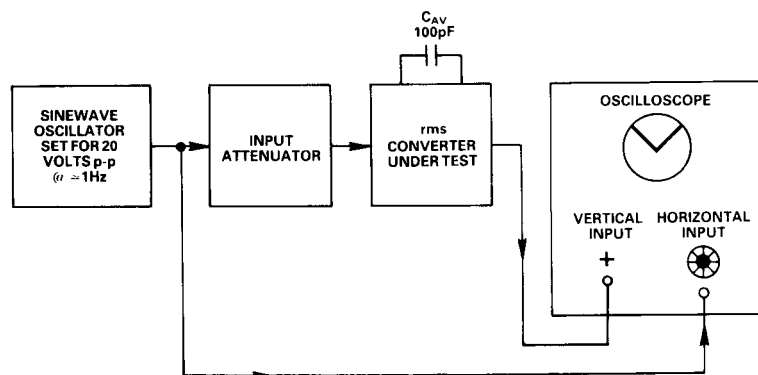


Bild 4.2: Messung der statische Kennlinie eines RMS-Konverters.

## 5 Bandbreite des RMS-Konverters

Da die Multiplikation und die Division mit Hilfe von Logarithmierern realisiert wird, Bilder 3.4 und 3.5, werden die daran beteiligten Transistoren um so mehr hochohmig, je kleiner die Pegel werden. Wenn aber die entsprechenden Widerstände dabei immer größer werden, wobei die (Schalt-) Kapazitäten i.w. gleich bleiben, ergeben sich dadurch dann immer größere Zeitkonstanten und resultierend daraus abnehmende Grenzfrequenzen, wenn die Eingangsspannungen kleiner werden. Ebenfalls einen entsprechenden Einfluß hat der Vollweg-Gleichrichter. RMS-Konverter haben also pegelabhängige Bandbreiten bzw. Grenzfrequenzen, Bild 5.1.

Dies kann zu Meßfehlern führen, wenn beim True-RMS Multimeter ein niedriger Bereich gewählt ist.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>In einem Beispiel wurde mit einem älteren „True“-RMS Multimeter für eine Rechteck-Impuls-Folge mit einem Tastverhältnis (*duty cycle*) von 10% im kleinsten Bereich ca.  $0,2V_{RMS}$  angezeigt. Im nächst höheren und den weiteren Bereichen jedoch ca.  $2V_{RMS}$ . Was stimmt denn nun? Tatsächlich der höhere Wert, wie Vergleichsmessungen mit einem „besseren“ True-RMS Multimeter und einem schnellen Oszilloskop ergaben.

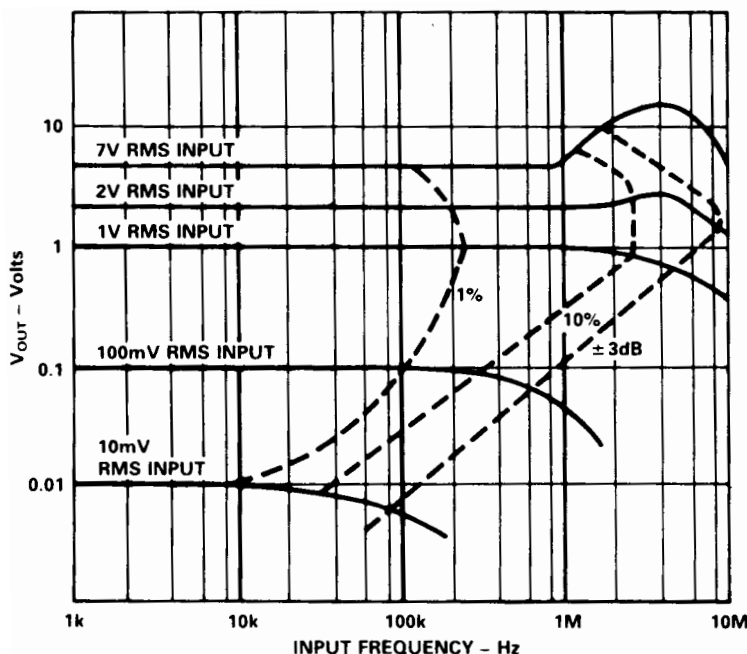


Bild 5.1: Frequenzgänge und Bandbreiten des AD637 für verschiedene Eingangsspannungen.

Es ist zu erkennen, daß bei RMS-Konvertern sowohl die Bandbreiten als auch die Grenzen für die Genauigkeiten von den Eingangspegeln abhängen.

### 5.1 Vergleich mit Mittelwertmessung

Werden in der Schaltung Bild 3.5 die Operationsverstärker OV2 und OV4, sowie alle Log- bzw. Antilog-Transistoren  $T_1$  bis  $T_4$  weggelassen, erhält man eine Schaltung, die den Mittelwert bildet. Diese wird auch als „Präzisions-Gleichrichter“ bezeichnet, Bild 5.2. Es ist die Prinzipschaltung eines genaueren Multimeters für Messung von Wechselspannungen.

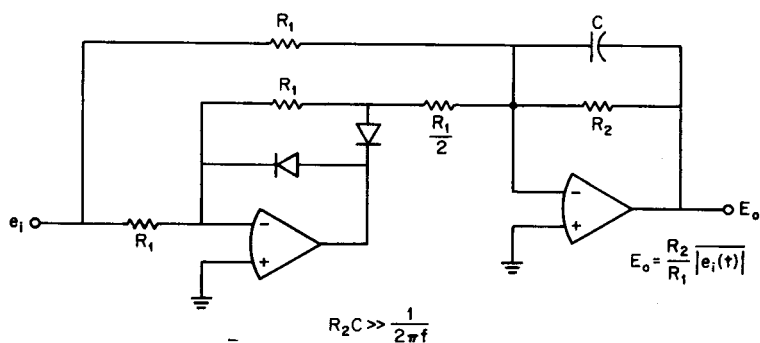


Bild 5.2: Schaltung zur genauen Bestimmung des Mittelwertes.

Als zu messender Spannungsverlauf wird eine periodische Rechteck-Impuls-Folge mit unterschiedlichem Tastverhältnis (*duty cycle*) angenommen. Auch wenn die einzelnen Impulse dabei konstant bleiben, nimmt der (gemessene) Mittelwert der Spannung ab, wenn das Tastverhältnis kleiner wird. Ebenso, aber nicht in gleichem Maße, nimmt der (gemessene) Effektivwert ab. Dadurch ergeben sich Meßunterschiede, die es nicht zulassen, die beiden Werte in einander einfach umzurechnen. Man darf hier auch nicht vergessen, daß die Anzeige des Mittelwert-Meßgerätes in Effektivwerten für sinusförmige (und nicht für rechteckförmige) Spannungen normiert ist.

In Bild 5.3 sind die prozentualen Fehler dargestellt, die sich bei der Messung einer periodischen Rechteck-Impuls-Folge mit unterschiedlichem Tastverhältnis zum Einen für ein True-RMS Verfahren (mit AD637) und zum Anderen für einen Präzisions-Gleichrichter (hier als MAD: *mean absolute deviation* bezeichnet) ergeben.

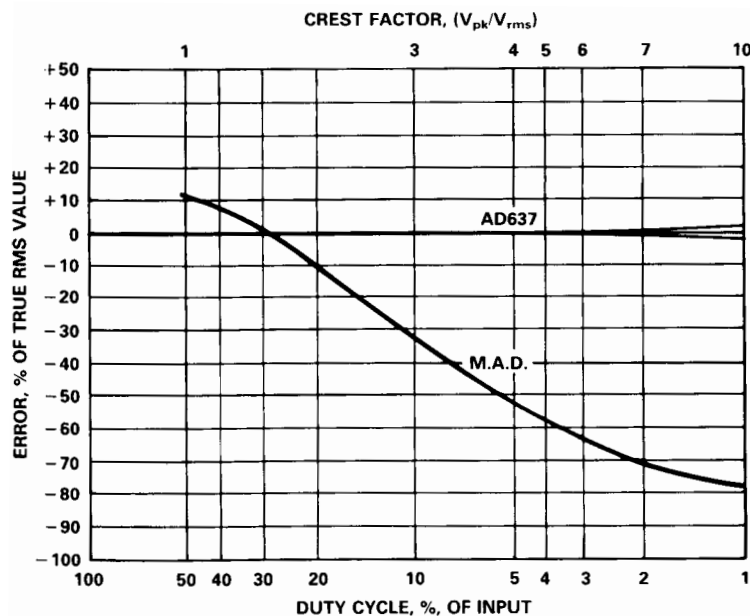


Bild 5.3: Prozentualer Fehler von True-RMS (mit AD637) und Mittelwert-Messung (M.A.D.) bei periodischen Rechteck-Impuls-Folgen mit unterschiedlichem Tastverhältnis.

Aus der Figur geht auch hervor, wie sich der Crest-Faktor mit dem Tastverhältnis ändert. Das gibt andererseits einen Anhaltspunkt dafür, welche Fehler bei einer Messung mit einem Mittelwert-Meßgerät bei einem Signal mit hohem Crest-Faktor entstehen können.

## Literatur

- [1] Kitchin, C.; Counts, L.: *RMS to DC Conversion Application Guide*, 2nd. ed., Analog Devices, 1986
- [2] Wong, Y.J.; Ott, W.E.: *Function Circuits, Design and Applications*, McGraw Hill, 1976
- [3] Teitze, U.; Schenk, Ch.: *Halbleiter-Schaltungs-Technik*, 12. a., Springer, 2002
- [4] Sheingold, D.H. (Editor): *Analog-Digital Conversion Handbook*, Prentice Hall, 1986
- [5] <http://www.diru-beze.de> Skripte zu „Signale und Systeme“