Aus FUNKSCHAU 9/10/1954. Digitalisiert 09/2017 von Eike Grund für http://www.radiomuseum.org mit freundlicher Genehmigung der FUNKSCHAU-Redaktion. Die aktuellen Ausgaben der FUNKSCHAU finden Sie unter http://www.funkschau.de

Funktechnische Arbeitsblätter

DK 621.396.662.34/.4

Sk 41

5 Blätter

# Röhrengekoppelte Resonanzkreise, Zweikreisige Rundfunkbandfilter

Bandfilter dienen zum Heraussieben eines gewünschten Frequenzbandes aus einem Frequenzspektrum. Hierbei soll im Durchlaßbereich die Ausgangsspannung möglichst konstant bleiben, oberhalb und unterhalb des Durchlaßbereiches soll die Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz möglichst schnell abfallen. Im Idealfall ergibt sich für die Form der Durchlaßkurve also ein Rechteck. Man wird versuchen, sich dieser Form möglichst weit zu nähern, wobei Aufwand und erzielte Wirkung gegeneinander abgewogen werden müssen.

Bandfilter bauen sich aus Einzelkreisen auf, die miteinander gekoppelt werden. Man kann zwei Gruppen unterscheiden:

a) Filter, die aus Schwingkreisen bestehen, welche durch Röhren miteinander gekoppelt sind (nullgekoppelte Filter).

b) Filter, deren Schwingkreise durch magnetische oder elektrische Kopplung (induktiv oder kapazitiv gekoppelte Filter) miteinander verbunden sind.

Filter, die durch ohmsche Kopplung von Schwingkreisen entstehen, sind in der Rundfunktechnik ungebräuchlich.

Die erste Gruppe von Filtern finden wir im Rundfunkempfänger in Gestalt der Hochfrequenzvorkreise. Im Zwischenfrequenzteil verwendet man in den meisten Fällen induktiv oder kapazitiv gekoppelte Bandfilter.

Die Berechnung beider Filterarten wird, genau wie die des Einzelkreises, durch die normierte Darstellung erheblich erleichtert. Die normierte Darstellung der Resonanzkurve ist in den Funktechnischen Arbeitsblättern Sk 01 erläutert. Zur weiteren Vereinfachung wird zweckmäßig der Begriff normierte Verstimmung eingeführt. Hierunter soll die auf die Kreisdämpfung d bezogene Verstimmung v verstanden werden. Man kann damit sämtliche möglichen Resonanzkurven auf eine einzige zurückführen, wobei als Abszisse die normierte Verstimmung $\frac{v}{d}$ auftritt.

Folgende Bezeichnungen gelten: $d = \text{Dämpfung} = G \cdot \omega_r \cdot L = \frac{G}{\omega_r C} = GZ$

(siehe auch Sk01 und Sk21)

$$v = \text{Verstimmung} = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} = \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} \cdot \frac{\omega + \omega_r}{\omega}$$

Die Trägerfrequenz $f_r$ ist im allgemeinen groß gegen den Durchlaßbereich $2 \cdot (f_r - f)$ des Schwingkreises oder Bandfilters, so daß man die veränderliche Frequenz f praktisch gleich der Resonanzfrequenz $f_r$ setzen kann. Allerdings geht dies nur dort, wo f nicht als Differenz gegenüber $f_r$ auftritt.

Mit dieser — praktisch immer zulässigen — Näherung ergibt sich die Verstimmung zu:

$$v \approx \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} \cdot \frac{\omega + \omega_r}{\omega} \approx 2 \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} = \frac{2\,\Delta f}{f_r}$$

$B = \text{Bandbreite} = f_r * d$

$$\Omega = \text{normierte Verstimmung} = \frac{v}{d} = \frac{1}{d}\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right) \approx \frac{2\,\Delta f}{d \cdot f_r}$$

$\omega_r$ = Resonanz-Kreisfrequenz = $\sqrt{\frac{1}{LC}} = 2\pi f_r$

Z = Kennwiderstand = $\sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_r \cdot L = \frac{1}{\omega_r C}$

Für den Parallelschwingkreis ist die Leitwert-Ersatzschaltung (Bild 1) zweckmäßig. Der komplexe Leitwert läßt sich daraus ablesen zu:

$$\mathfrak{G} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \sqrt{\frac{C}{L}}\left[G\sqrt{\frac{L}{C}} + j\left(\omega\sqrt{LC} - \frac{1}{\omega\sqrt{LC}}\right)\right]$$

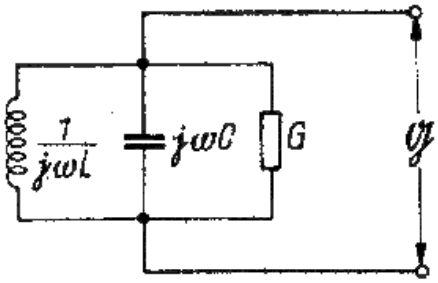
Mit d = $G\sqrt{\frac{L}{C}}$, $\sqrt{\frac{L}{C}} = Z$ und $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ wird daraus $\frac{1}{Z}\left[d + j\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)\right]$ $\mathfrak{G} = \frac{1}{Z}[d + jv]$

Führt man die normierte Verstimmung ein, indem man d vor die Klammer bringt, so erhält man:

$$\mathfrak{G} = \frac{d}{Z}\cdot(1 + j\Omega)$$

Die Spannung am Kreis bei konstanter Einströmung i ist

$\mathfrak{u} = i/\mathfrak{G}$‘ $\mathfrak{u} = i\frac{Z}{d}\left(\frac{1}{1 + j\Omega}\right)$




Die Spannung bei Resonanz ($\Omega$ = 0) ist $\mathfrak{u}_r = \frac{i}{G_r} = \frac{Z}{d}$.

Im allgemeinen interessiert nur das Verhältnis der Spannung bei beliebiger Verstimmung zu der Spannung bei Resonanzabstimmung: $\frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{U}_r} = \frac{1}{1+j\Omega}$

Der Absolutwert ist: $\boxed{\frac{U}{U_r} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}}}$ **(1)**

*Bild 1. Leitwert-Ersatzschaltbild des Parallel-resonanzklreises*

Die kurvenmäßige Darstellung dieser Funktion ergibt die normierte Resonanzkurve.

In Bild 2 ist diese Kurve mit „1 Kreis" bezeichnet. Die Bandbreite ist das zwischen den 1/√2-Werten der Maximalspannung (≈0,707 $U_r$) eingeschlossene Frequenzband ± $\Omega$. Ein weiterer charakteristischer Wert ist die Halbwertsbreite, das ist das Frequenzband, das zwischen den 1/2-Werten der Maximalspannung (0,5 $U_r$) eingeschlossen ist: $\sqrt{3}\cdot\Omega \approx 1{,}73\ \Omega$

Die Kurve in Bild 2 gibt einen guten Überblick über den Gesamtverlauf der Spannung in Abhängigkeit von der normierten Verstimmung. Um im Bereich der Resonanzkurvenspitze ohne Rechnung besser ablesen zu können, ist in Bild 3 die eine Hälfte (die Resonanzkurve ist symmetrisch) der Kurve vom Wert $\Omega$ = 0 (Resonanz) bis etwa 1,73 $\Omega$ (das entspricht der Halbwertsbreite) aufgetragen. Es gilt die mit „1 Kreis" bezeichnete Kurve.

Für größere Verstimmungen ist die Darstellung im logarithmischen Maßstab angebracht, da sie konstante prozentuale Ablesegenauigkeit bedeutet. In Bild 4 lassen sich die $U/U_r$ - Werte für einen Kreis bis zu normierten Verstimmungen von 30 ablesen. Es gilt die obere Kurve.

Beispiel: Ein Rundfunkempfänger enthält einen Vorkreis.

Seine Dämpfung beträgt 0,8%, d = 0,008
Abstimmfrequenz: $f_r$ = 950 kHz

Gefragt wird nach der Selektion gegen eine um 9 kHz vom Träger (950 kHz) entfernt liegende Störfrequenz und ferner, um wieviel die mit 4,5 kHz angenommene höchste Modulationsfrequenz des Nutzträgers bereits durch den Vorkreis geschwächt wird.

Für den ersten Fall ist $\Omega = \frac{2 \cdot 9}{0,008 \cdot 950} = \frac{18}{7,6} = 2,37.$

Für diesen Wert von Ω ergibt sich aus der Kurve Bild 2 oder Bild 4 ein Wert von $U/U_r = 0,38$. Der Störsender wird auf den 0,38fachen Betrag des Nutzsenders geschwächt, die Selektion für 9 kHz ist 1 : 2,64.

Für den zweiten Fall ist $\Omega = \frac{2 \cdot 4,5}{0,008 \cdot 950} = \frac{9}{7,6} = 1,18.$

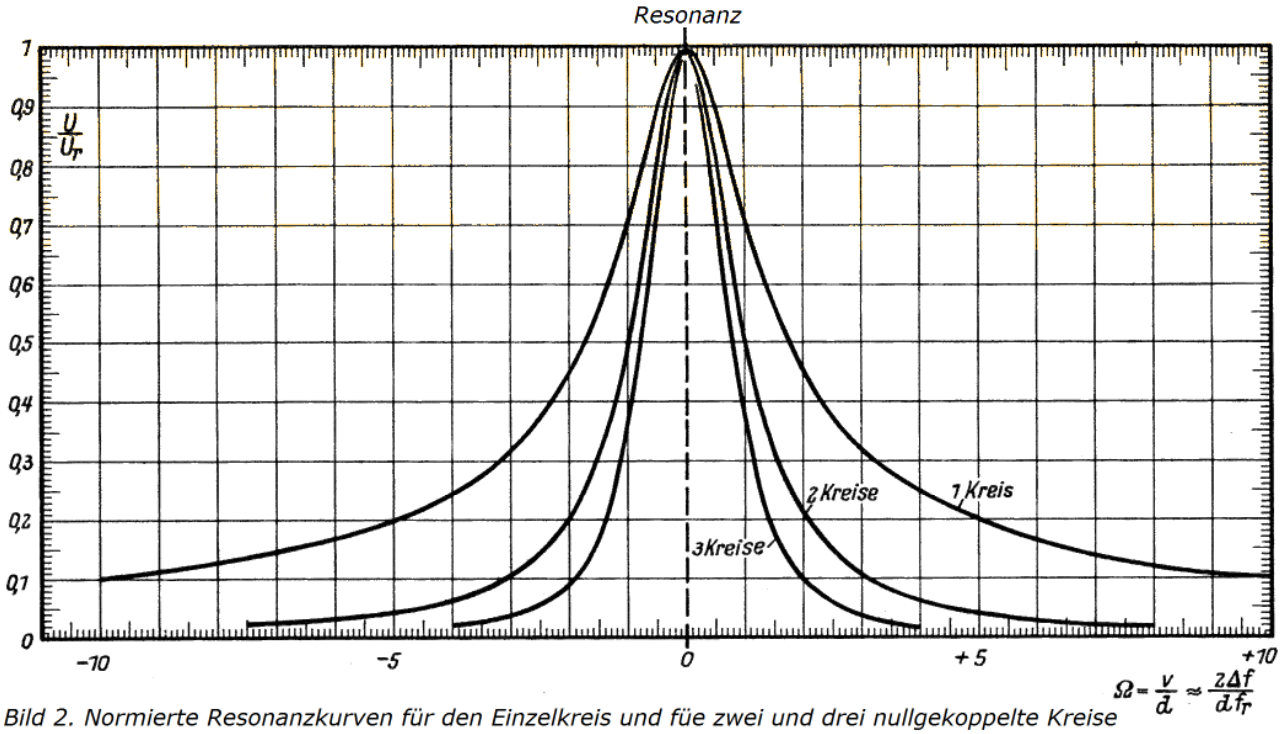



*Bild 2. Normierte Resonanzkurven für den Einzelkreis und füe zwei und drei nullgekoppelte Kreise*

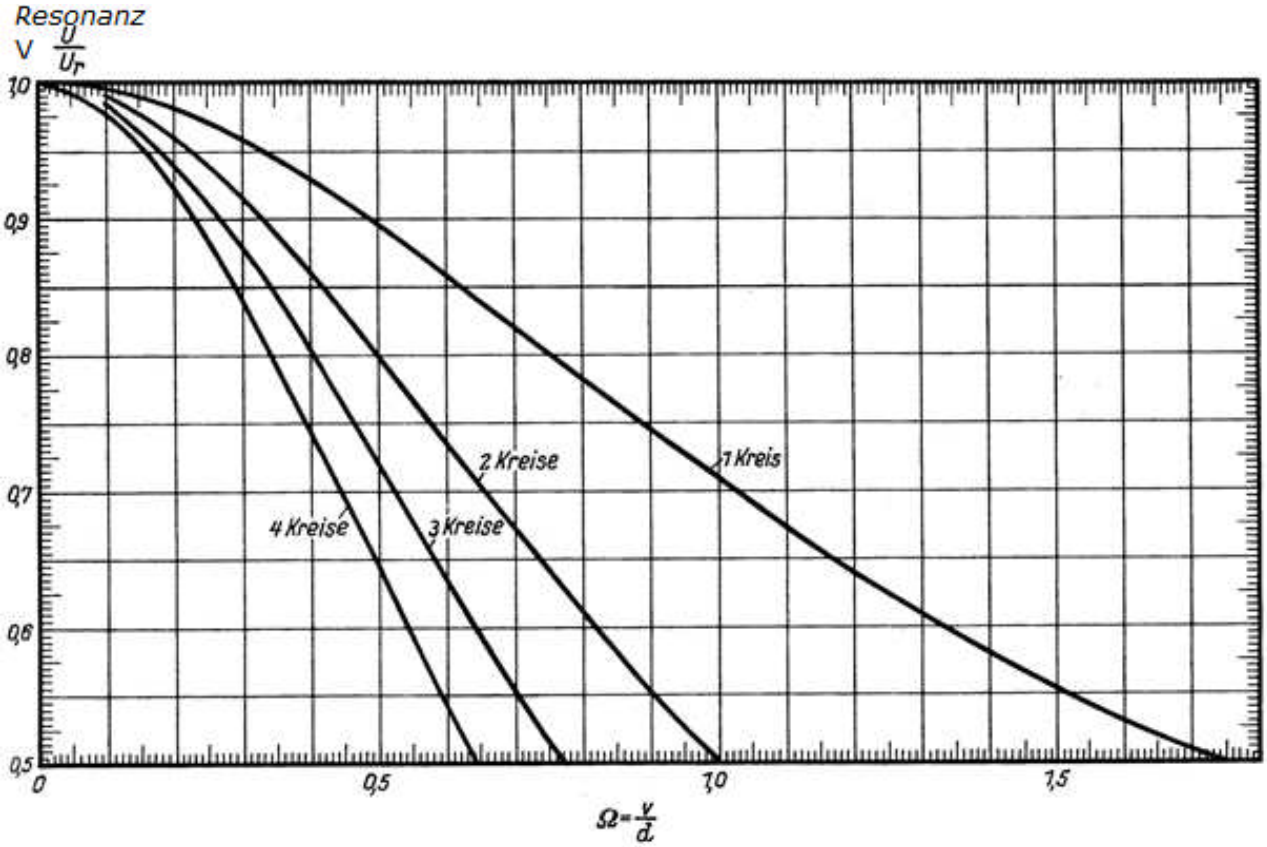



*Bild 3. Normierte Resonanzkurven für den Einzelkreis und für zwei bis vier nullgekoppelte Kreise bei kleinen Verstimmungen*

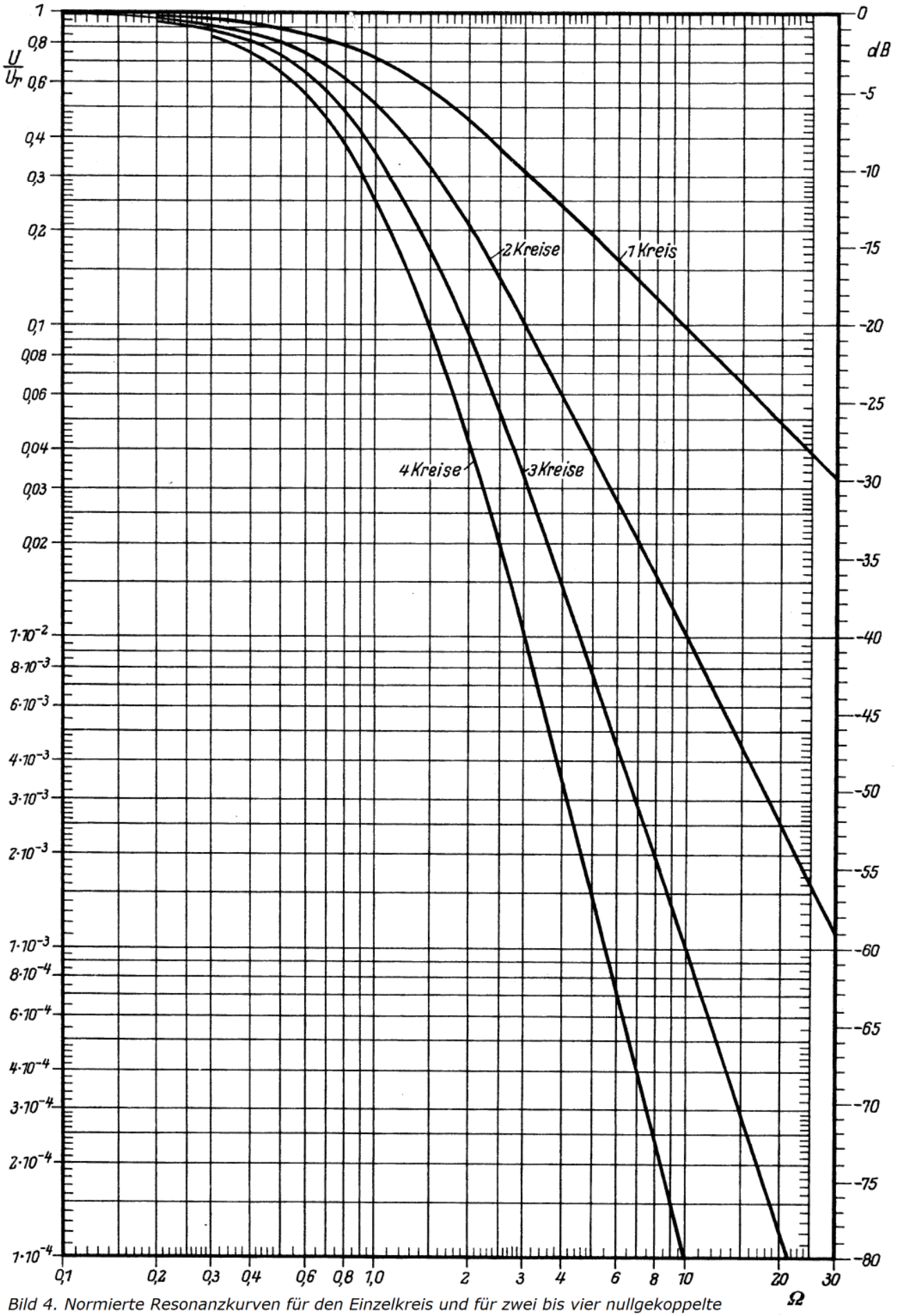



*Bild 4. Normierte Resonanzkurven für den Einzelkreis und für zwei bis vier nullgekoppelte Kreise bei großen Verstimmungen, dB-Skala am rechten Rand*

Die Kurve Bild 3 ergibt die genaueste Ablesemöglichkeit für diesen Fall, und man erhält den Wert $U/U_r = 0{,}645$; das bedeutet, daß die Tonfrequenz 4,5 kHz bereits durch den Vorkreis auf den 0,645fachen Wert der niedrigsten Modulationsfrequenz abgeschwächt wird.

## Mehrere Kreise, durch Röhren gekoppelt

Wir machen die in der Praxis fast immer gegebene Voraussetzung, daß die Kreise untereinander gleich aufgebaut sind, d. h., daß sie auf die gleiche Frequenz abgestimmt sind und gleiche Dämpfungen haben.

Bei Nullkopplung mehrerer Kreise ist die Gesamtresonanzkurve der Kreise gleich dem Produkt der Einzelkurven. Wir erhalten so die Formel für die normierte Resonanzkurve von n nullgekoppelten Kreisen:

$$\boxed{\frac{U}{U_r} = \left(\frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}}\right)^n} \qquad \text{n = Anzahl der Kreise} \qquad \textbf{(2)}$$

Bild 2 gibt einen Überblick über den Verlauf der normierten Resonanzkurve für zwei und drei aufeinanderfolgende Kreise im Vergleich mit der Kurve für einen Kreis allein. Bild 3 bringt die Resonanzspitze bis zur Halbwertsbreite für zwei bis vier Kreise im Vergleich mit einem Einzelkreis. Zur genaueren Ablesung bis zu Verstimmungen von $\Omega = 30$ bringt Bild 4 die Kurven von einem Kreis bis zu vier Kreisen.

Die Bandbreite B wird also von den beiden Frequenzwerten eingeschlossen, die einem Amplitudenabfall auf den $1/\sqrt{2}$-fachen Wert entsprechen. Zu diesem Abfall gehört eine bestimmte normierte Verstimmung, die man Grenzverstimmung $\Omega_{0,7}$ nennen kann. Die normierte Grenzverstimmung für n Kreise (bei Nullkopplung) ergibt sich zu

$$\boxed{\Omega_{0,7} = \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}} \qquad \text{Siehe Tabelle 1} \qquad \textbf{(3)}$$

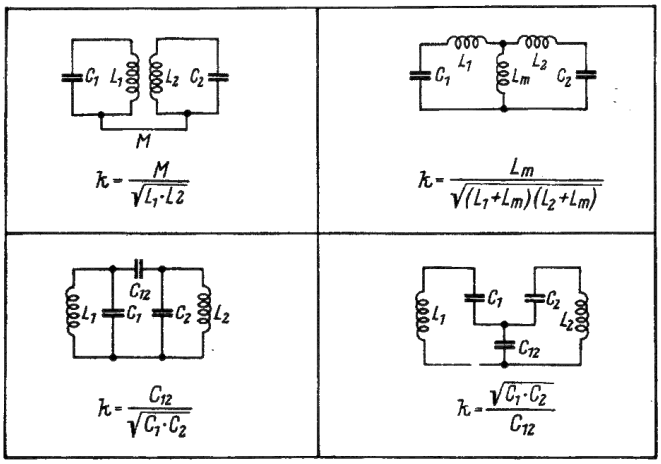



*Bild 5. Der Kopplungsgrad k bei verschiedenen Bandfilterschaltungen*

Aus dem sich so ergebenden Wert für die Grenzverstimmung kann man z. B. die Dämpfung errechnen, die jeder Einzelkreis aufweisen muß, damit sich bei n Kreisen eine bestimmte Bandbreite ergibt.

Beispiel: Ein Rundfunkempfänger mit drei Vorkreisen sei auf 950 kHz abgestimmt. Damit die hohen Tonfrequenzen nicht zu stark geschwächt werden, soll die Bandbreite 8 kHz betragen. Wie groß muß die Dämpfung der Einzelkreise gewählt werden?

Aus Tabelle 1 entnimmt man $\Omega_{0,7}$ zu 0,51. Die Dämpfung des Einzelkreises wird dann aus

$$\Omega = \frac{2\,\Delta f}{d\, f_r}: \qquad d = \frac{2\,\Delta f}{\Omega\, f_r} = \frac{2 \cdot 4}{0{,}51 \cdot 950} = \frac{8}{485} = 0{,}0165 = 1{,}65\%$$

In den meisten Fällen werden die Kreise also durch zusätzliche Widerstände zu bedämpfen sein.

Die Selektion gegen einen um 9 kHz von der Abstimmfrequenz entfernten Störsender beträgt

$$\Omega = \frac{2 \cdot 9}{0{,}0165 \cdot 950} = \frac{18}{15{,}7} = 1{,}15$$

Daraus ergibt sich aus Bild 4 eine Schwächung auf den 0,28fachen Wert der Nutzfrequenz.

Hier ist der Vergleich mit dem Fall wichtig, daß nur ein Vorkreis verwendet wird:

Um die gleiche Bandbreite von 8 kHz zu erhalten, darf die Dämpfung des Einzelkreises auf den Wert

$$d = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 950} = \frac{8}{950} = \underline{0{,}84\%}$$

verbessert werden. Vorausgesetzt, daß es auch gelingt diese geringe Dämpfung herzustellen, beträgt jetzt die Selektion gegen den in 9 kHz Abstand befindlichen Störsender:

$$\Omega = \frac{2 \cdot 9}{0{,}0084 \cdot 950} = \frac{18}{8} = 2{,}26$$

Und daraus aus Kurve Bild 4 (für einen Kreis!) $\frac{U}{U_r} = 0{,}4$. Die Selektion ist also für diesen Fall um den Faktor 1,43 schlechter als bei Verwendung von drei Kreisen, obwohl beide Anordnungen die gleiche 0,7-Bandbreite aufweisen. Bei Störsendern in größerem Frequenzabstand vergrößert sich dieser Faktor noch, wie sich leicht nachweisen läßt.

## Zweikreisige Bandfilter, Kopplung induktiv oder kapazitiv

Die Energieübertragung vom Primärkreis zum Sekundärkreis erfolgt durch eine Kapazität oder Induktivität, die in beiden Kreisen gemeinsam auftritt oder durch das magnetische Feld zweier miteinander gekoppelter Spulen. Wie beim Einzelkreis ist es möglich, die Formeln und Kurven durch Einführung normierter Größen zu vereinfachen. Als neue Größe kommt die Kopplung hinzu, die man in der Weise normieren kann, daß man sie wie die Verstimmung auf die Kreisdämpfung bezieht.

Man erhält so die normierte Kopplung $\frac{k}{d}$ und statt der einen Kurve des Einzelkreises eine Anzahl normierter Kurven, wobei die normierte Kopplung als Parameter auftritt. Der Kurvenverlauf eines Bandfilters wird also durch den Kopplungsfaktor und die Kreisdämpfung bestimmt. Liegen diese beiden Größen fest, so ergibt sich immer der gleiche grundsätzliche Verlauf der Bandfilterkurve.

Bei Rundfunkbandfiltern kann man nun einige Voraussetzungen machen, die die Berechnung der Filter wesentlich vereinfachen:

Es wird vorausgesetzt, daß die Kopplung durch reine Blindwiderstände erfolgt, also verlustfrei ist. Ferner wird angenommen, daß Primär- und Sekundärkreis gleiche Daten besitzen, also

$L_1 = L_2$, $C_1 = C_2$, $d_1 = d_2$. Diese Dimensionierung ist in der Praxis auch durchaus üblich und zweckmäßig. Wenn verschiedene Dämpfungen auftreten, so kann man mit der mittleren Dämpfung $d = \sqrt{d_1 \cdot d_2}$ rechnen.

### Die Größe des Kopplungsfaktors

Zum Thema Kopplungsfaktor beachte man auch die Funktechnischen Arbeitsblätter Ind12, Blatt3. DieArtderKopplung — ob induktiv oder kapazitiv — hat auf den Verlauf der Bandfilterkurven keinen Einfluß. Die Größe des Kopplungsfaktors k kann für die gebräuchlichsten Arten der Kopplung aus Bild5 entnommen werden.

Der Wert unter $\Omega_{0,7}$ gibt den Faktor, um den die Bandbreite bei Verwendung von n nullgekoppelten Kreisen geringer wird, als bei Verwendung von nur einem Kreis.

Der Wert unter $1/\Omega_{0,7}$ gibt den Faktor an, um den die Dämpfung der Einzelkreise erhöht werden muß, um bei n nullgekoppelten Kreisen die gleiche Bandbreite wie bei einem Kreis zu erhalten.

Tabelle 1

| Anzahl der nullgekoppelten Kreise n | Normierte Grenzverstimmung für n Kreise $\Omega_{0,7}$ | $\frac{1}{\Omega_{0,7}}$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0,643 | 1,56 |
| 3 | 0,51 | 1,96 |
| 4 | 0,436 | 2,3 |
| 5 | 0,385 | 2,6 |
| 6 | 0,35 | 2,86 |
| 7 | 0,324 | 3,09 |
| 8 | 0,30 | 3,33 |
| 9 | 0,283 | 3,54 |
| 10 | 0,264 | 3,79 |

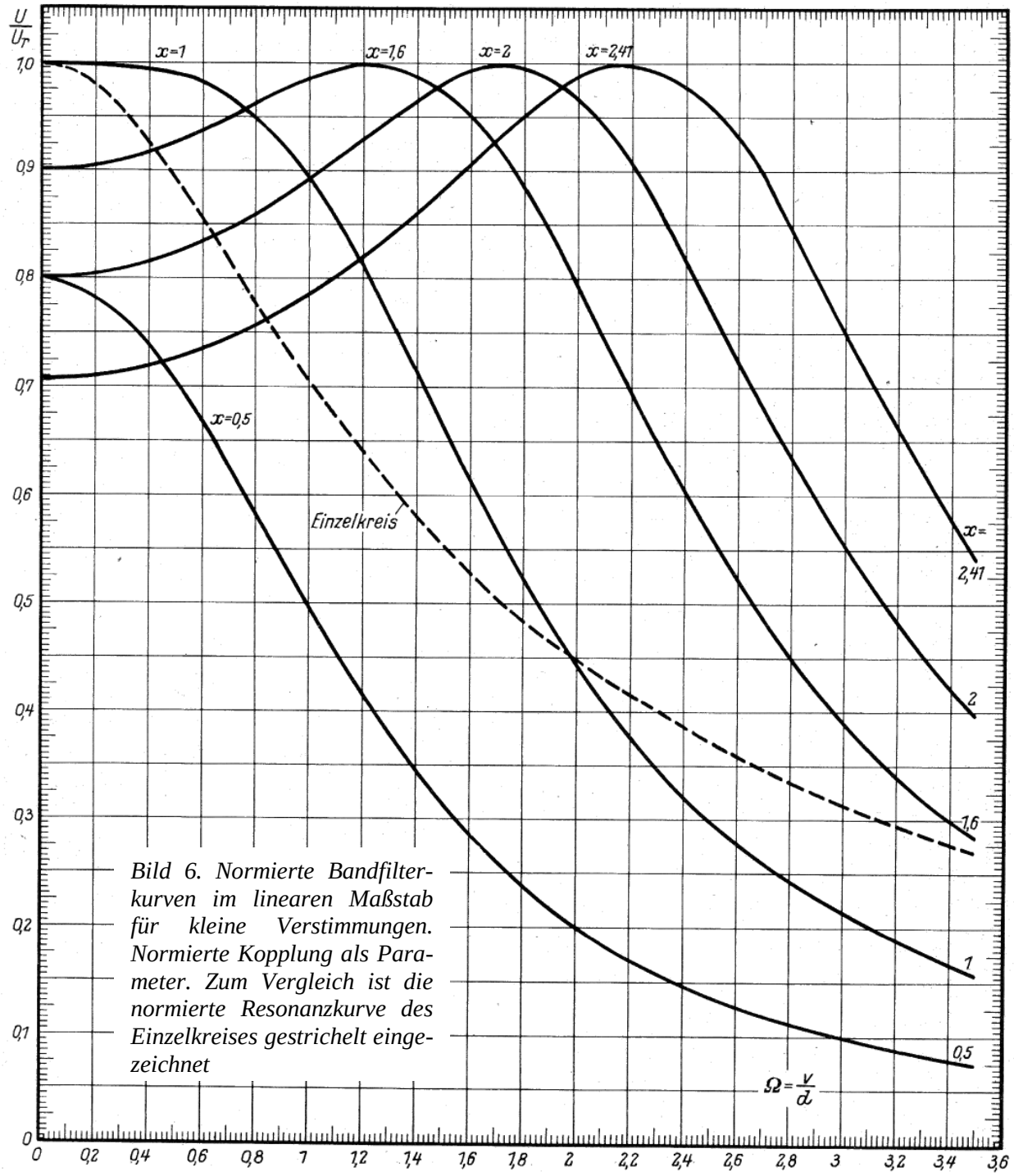



*Bild 6. Normierte Bandfilterkurven im linearen Maßstab für kleine Verstimmungen. Normierte Kopplung als Parameter. Zum Vergleich ist die normierte Resonanzkurve des Einzelkreises gestrichelt eingezeichnet*

## Spannungsverlauf auf der Sekundärseite des Filters

Folgende neue Bezeichnungen kommen hinzu:

k = Kopplungsfaktor

x = normierte Kopplung = $\frac{k}{d}$

Für die Praxis interessiert der Spannungsverlauf am Ausgang des Filters, also auf der Sekundärseite. Die Spannung bei einer beliebigen Verstimmung bezieht man auch hier zweckmäßig auf die bei der Verstimmung Null vorhandene Spannung $U_r$.

Es gilt für den Verlauf der Sekundärspannung die Formel: [1])

$$\boxed{\frac{U}{U_r} = \frac{2x}{\sqrt{\left(1+x^2\right)^2 - 2\Omega^2\left(x^2-1\right)+\Omega^4}}} \qquad \textbf{(4)}$$

Um einen besseren Überblick und Eindruck von dem Verlauf der Bandfilterkurven zu bieten, ist in Bild 6 für verschiedene normierte Kopplungen deren Verlauf in Abhängigkeit von der normierten Verstimmung im linearen Maßstab aufgetragen. Dieses Kurvenblatt gestattet auch die genaue Ablesung von Werten im Bereich kleiner Verstimmungen bis $\Omega = 3{,}5$.

[1]) *Zur Ableitung der Formeln für Bandfilter sei auf die Literatur verwiesen, z. Kammerloher, Hochfrequenztechnik, Band 1 - Feldtkeller, Einführung in die Theorie der Rundfunksiebschaltungen - Feldtkeller und Tamm, Zur Theorie der Bandfilter in Rundfunkempfängern; ENT 1936, Heft 4, S. 168.*

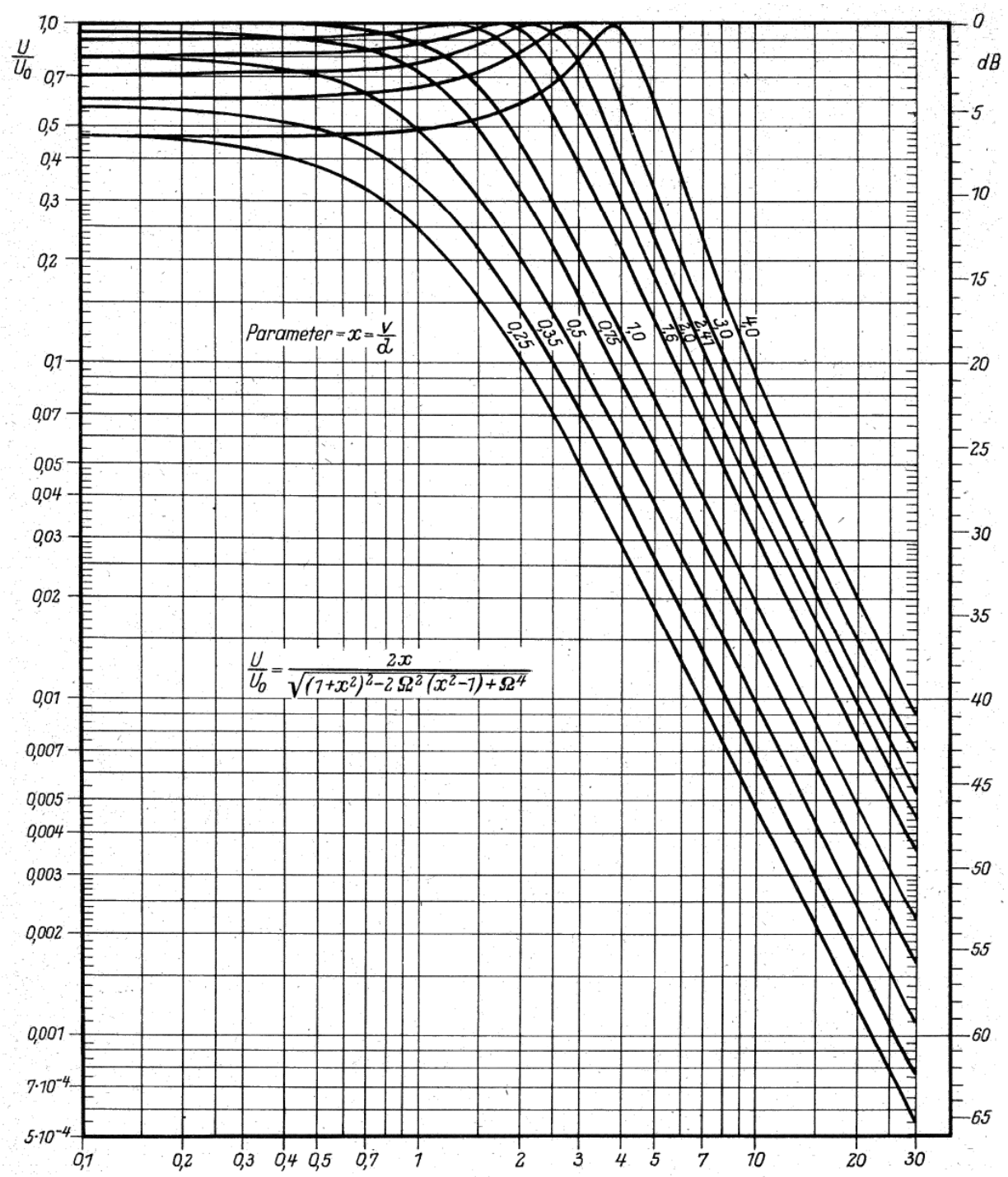



*Bild 7. Normierte Bandfilterkurven für große Verstimmungen. dB-Skala am rechten Rand*

Um auch bei größeren Verstimmungen mit genügender Genauigkeit ablesen zu können, sind in Bild 7 die Kurven im logarithmischen Maßstab gezeichnet. Auf dem Kurvenblatt ist eine dB-Skala angebracht, so daß die mit den Filtern erzielte Dämpfung direkt in dieser Übertragungseinheit (siehe auch Funktechnische Arbeitsblätter Ma 11) abgelesen werden kann. Bei Betrachtung der Kurven kann man nun folgendes feststellen:

Bei kleinen Kopplungsgraden $\left(\frac{k}{d}<1\right)$ ähnelt der Kurvenverlauf dem eines einzelnen Schwingungkreises, es tritt nur ein Maximum der Ausgangsspannung auf, und zwar bei $\Omega = 0$.

Bei einer bestimmten Kopplung $\left(\frac{k}{d}=1\right)$ verbreitert sich dieses Maximum, so daß der Verlauf der Resonanzkurvenkuppe von dem beim Einzelkreis abweicht.

Bei großen Kopplungsgraden $\left(\frac{k}{d}>1\right)$ tritt das Maximum der Ausgangsspannung nicht mehr bei der Verstimmung Null, sondern bei einer anderen Verstimmung auf, und zwar symmetrisch bei positiven und negativen Werten von $\Omega$. Das heißt, die Bandfilterkurve bekommt sogenannte Höcker, und in der Mitte bildet sich eine Einsattelung, deren Minimum mit der Abstimmfrequenz $\Omega = 0$ zusammenfällt. Die Höcker liegen symmetrisch zu $\Omega = 0$ und wandern um so weiter auseinander, je größer die normierte Kopplung x wird. Die Höhe der Höcker bleibt jedoch unter den gemachten Voraussetzungen konstant. Die Kopplung, bei der eine Höckerbildung gerade noch nicht auftritt, heißt die kritische Kopplung, ihr normierter Wert ist k/d = 1. Ist die Kopplung größer, so spricht man von überkritischer, ist sie kleiner, von unterkritischer Kopplung.

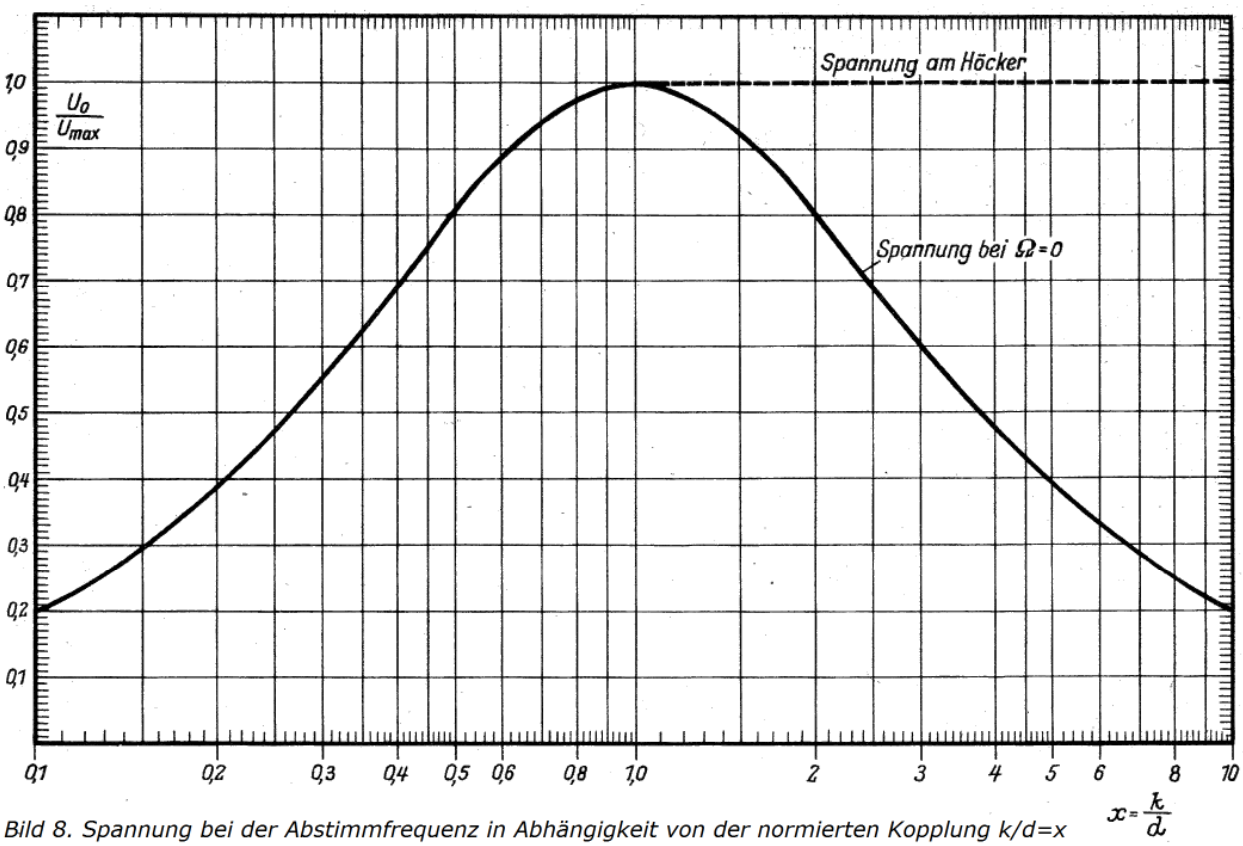



*Bild 8. Spannung bei der Abstimmfrequenz in Abhängigkeit von der normierten Kopplung k/d=x*

## Abhängigkeit der Sekundär-Resonanzspannung von der Kopplung

Wie aus Bild 6 hervorgeht, steigt die Sekundärspannung mit wachsender normierter Kopplung k/d zunächst an und erreicht bei k/d = 1, der kritischen Kopplung, den Maximalwert $U_{max}$, um dann wieder abzufallen. Charakteristisch ist, daß die gleichen Spannungswerte jeweils für x und 1/x auftreten.

Die Formel für die Sekundärspannung bei $\Omega = 0$ und veränderlicher Kopplung x lautet:

$$\boxed{\frac{U_0}{U_{max}} = \frac{2\,x}{1+x^2}} \qquad \textbf{(5)}$$

$U_{max}$ ist hierin die Spannung am Sekundärkreis bei kritischer Kopplung bzw. die Maximalspannung des Höckers. In Bild 8 ist die Kurve für $U_o/U_{max}$ bei $\Omega = 0$ in Abhängigkeit von x gezeichnet. Für x wurde logarithmische Teilung gewählt, um Werte zwischen x = 0,1 und 10 genau ablesen zu können.

### Die Welligkeit w

Der Begriff der Welligkeit w ergibt sich ohne weiteres aus Bild 9. Wie man leicht erkennt, ist w der reziproke Wert von $U_0/U_{max}$ und ergibt sich zu:

$$\boxed{w = \frac{1+x^2}{2\,x}} \qquad \textbf{(6)}$$

Für x = 1 ist die Welligkeit = 1. Häufig wird die Welligkeit auch in Neper angegeben, dann ist

$$\boxed{W_{(Np)} = \ln\left(\frac{1+x^2}{2\,x}\right)} \qquad \textbf{(7)}$$

### Bandbreite bei unterkritischer Kopplung x < 1

Ist die Kopplung gering, so wird wenig Energie vom Primär- auf den Sekundärkreis übertragen, die Ausgangsspannung ist gering (Bild 7), dafür ist die Bandbreite ($1/\sqrt{2}$-Wert) aber geringer als die eines Einzelkreises. Für sehr kleine Kopplungen nähert sie sich dem Wert, der für zwei nullgekoppelte Kreise gilt, also dem 0,64fachen Wert der Bandbreite eines Einzelkreises.
Allgemein lautet die Formel für die Bandbreite bei unterkritischer Kopplung:

$$\boxed{\Omega_{0,7} = \sqrt{x^2 - 1 + \sqrt{2\left(1+x^4\right)}} \quad x<1} \qquad \textbf{(8)}$$

Aus der Kurve $\Omega_{0,7}$ für x < 1 in Bild 10 können die Werte für die Bandbreite in Abhängigkeit von x ohne Rechnung entnommen werden.

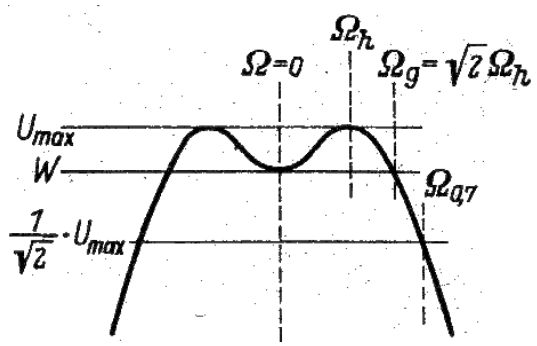



**Bild 9.**
**Lage von $\Omega = 0$, $\Omega_h$, $\Omega_g$ und $\Omega_{0,7}$, Begriff der Welligkeit**

### Bandbreite bei kritischer Kopplung x=1

Setzen wir in der obigen Formel x = 1, so erhalten Wir für $\Omega_{0,7}$ den Wert $\sqrt{2}$ = 1,414. Es ist also

$$\Omega_{0,7} = \frac{2\,\Delta f}{d \cdot f_r} = 1{,}414; \qquad \boxed{2\,\Delta f_{0,7} = 1{,}414 \cdot d \cdot f_r} \qquad \textbf{(9)}$$

und da $d * f_r$ gleich der Bandbreite des Einzelkreises ist, ist bei einem kritisch gekoppelten Bandfilter die Bandbreite 1,414mal so groß wie die Bandbreite des einzelnen Kreises, siehe auch

Bild 6.

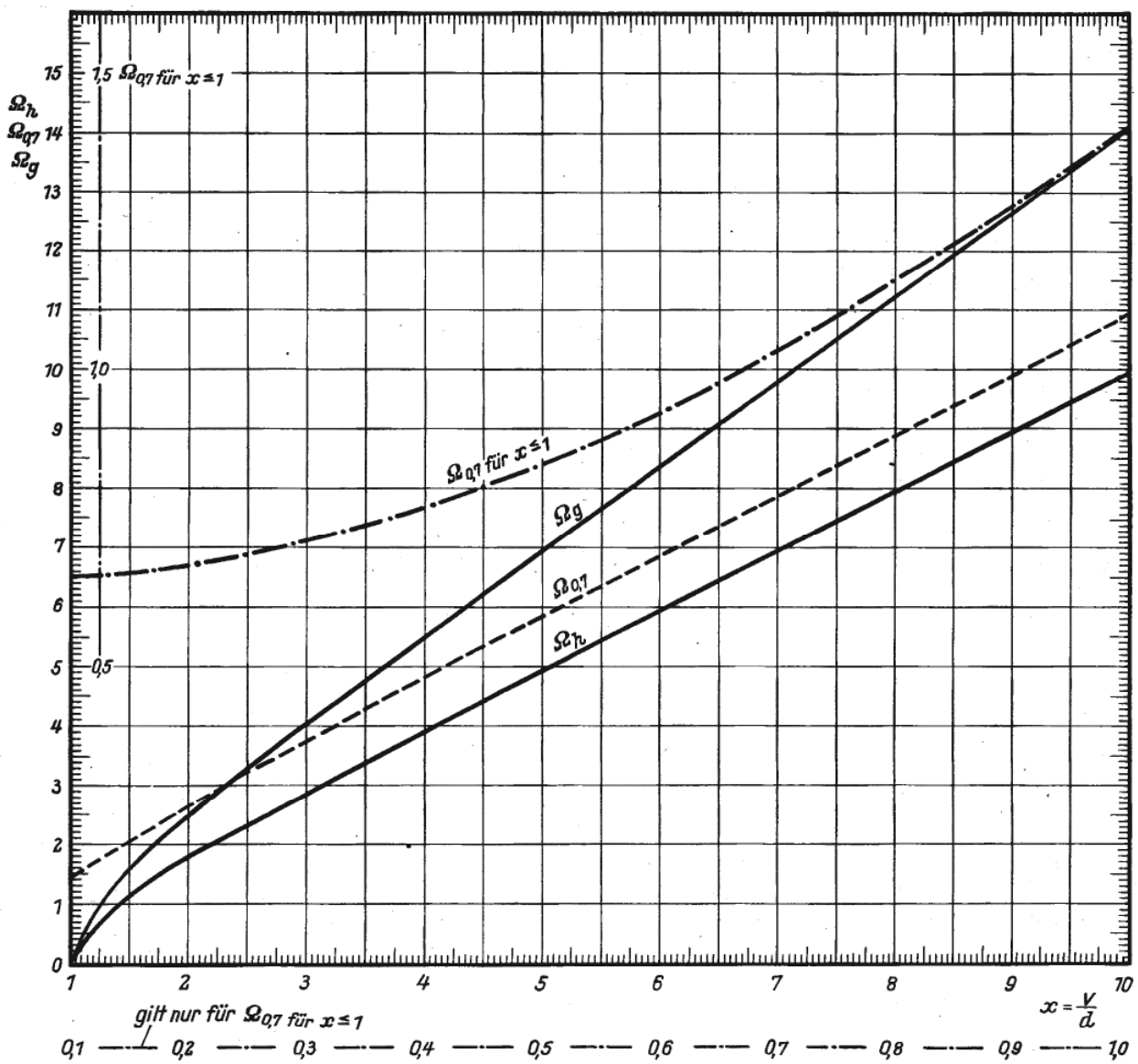



*Bild 10: Strichpunktierte Kurve: Normierte Bandbreite bei unterkritischer Kopplung. Gestrichelte Kurve: Normierte Bandbreite $\Omega_{0,7}$ bei überkritischer Kopplung. Ausgezogen Kurven: Normierte Grenzfrequenz $\Omega_g$ und normierte Höckerfrequenz $\Omega_h$ bei überkritischer Kopplung*

Die auf den Sekundärkreis bei Resonanzabstimmung übertragene Spannung ist bei kritischer Kopplung am größten (vergl. in Bild 6 die Kurven für x = 1 und x = 0,5). Man beachte jedoch, daß die Spannung selbst dann nur halb so groß ist wie bei einem Einzelkreis, wenn die Resonanzwiderstände (Kreiskapazitäten und Dämpfungen) beider Kreise gleich groß sind. Daraus könnte man schließen, daß man bei einer Bandfilteranordnung gegenüber einem Einzelkreis erheblich an Stufenverstärkung verliert. Dies ist jedoch aus folgendem Grunde nicht der Fall:

Dem zwischen zwei Röhren befindlichen Einzelkreis liegt sowohl die Ausgangskapazität der Vorröhre als auch die Eingangskapazität der folgenden Röhre parallel. Die Kreiskapazität darf einen bestimmten, von der Summe dieser beiden Röhrenkapazitäten abhängigen Mindestwert nicht unterschreiten, damit sich bei Röhrenwechsel die Streuung der Röhrenkapazitäten nicht störend bemerkbar macht. Beim Bandfilter liegt dem Primärkreis nur die Röhrenausgangskapazität, dem Sekundärkreis nur die Eingangskapazität parallel. Daher ist jeweils nur die Streuung dieser einen Röhrenkapazität bei der Dimensionierung der Kreiskapazitäten der Bandfilterkreise zu berücksichtigen. Die Kreiskapazitäten können also rund halb so groß gewählt werden wie bei einem Einzelkreis (der Resonanzwiderstand wird doppelt so groß) und damit

ergibt sich auch annähernd die gleiche Verstärkung.

Der Vorteil des kritisch gekoppelten Bandfilters gegenüber dem Einzelkreis liegt in der mehr rechteckig verlaufenden Selektionskurve (flachere Kuppe und steilere Flanken), dies geht auch aus dem folgenden Beispiel hervor:

Ein Rundfunkempfänger besitzt zur Vorselektion ein Bandfilter mit zwei kritisch gekoppelten Kreisen. Daten der Einzelkreise: Dämpfung d = 0,008 (0,8 %)
Abstimmfrequenz fr = 950 kHz

Die Bandbreite wird nach Formel (9):

$$2\,\Delta\, f_{0,7} = \sqrt{2}\cdot d\cdot f_r = 1,414\cdot 0,008\cdot 950 = \underline{10,75\text{kHz}}$$

Die Trennschärfe bei einer Verstimmung von 9 kHz (Ω = 2,37) ergibt sich (Ablesung aus Bild 6 oder aus Formel 4) zu 0,335. Ein in 9 kHz Abstand liegender Störsender würde also auf den 0,335fachen Betrag abgeschwächt werden.
Eine mit 4,5 kHz angenommene höchste Modulationsfrequenz wird (nach Bild 6 oder Formel 4 mit Ω = 1,18) auf den 0,82fachen Betrag geschwächt.
Ein Vergleich mit dem im Anfang (Sk 41, Blatt 1, rechte Spalte) gebrachten Beispiel für einen Vorkreis mit gleichen Daten zeigt uns den Gewinn:
Bei etwas verbesserter 9-kHz-Selektion (0,33 gegen 0,37) wird die Wiedergabe des höchsten Modulationstones von 4,5 kHz wesentlich verbessert (Abfall auf 0,82 gegenüber 0,645 bei einem Einzelkreis).

### Bandbreite bei überkritischer Kopplung > 1

Bei überkritischer Kopplung tritt Höckerbildung auf, und zwar bildet sich bei der Trägerfrequenz Ω = 0 (x>1) ein Tal aus. Als Bandbreite$_x$ $\Omega_{0,7}$ wird das Frequenzband definiert, das zwischen den Punkten auf den Flanken der Filterkurve liegt, bei denen die Spannung auf den 0,707fachen Wert der Maximalspannung (Höckerspannung) abgefallen ist (Bild 9). Für die Bandbreite gilt die

Formel: $$\boxed{(x>1)\quad \Omega_{0,7} = \sqrt{x^2+2x-1}} \qquad (10)$$

Aus der Kurve $\Omega_{0,7}$ in Bid 10 können die Werte in Abhängigkeit von x ohne Rechnung entnommen werden.

Nun hat diese Definition der Bandbreite im allgemeinen nur dann Sinn, wenn auch die Spannung im Tal bei Ω = 0 den 0,707 fachen Höckerwert nicht unterschreitet. Man kann aus der Formel für die Sekundärspannung bei Ω = 0 ausrechnen:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\,x}{1+x^2}; \qquad \underline{x = 2,41}$$

oder diesen Wert aus der Kurve Bild 8 ablesen. Die zu der normierten Kopplung x = 2,41 gehörende Bandfilterkurve stellt also die Kurve mit der größtmöglichen Bandbreite dar, falls man an der üblichen Forderung festhält, daß die Spannung in dem Teil des Frequenzbandes, welches von der Bandbreite eingeschlossen wird, nirgends unter den 0,707fachen Wert der Maximalspannung absinken soll. Wir erhalten auf diese Weise die mit einem zweikreisigen Bandfilter darstellbare Maximalbandbreite zu

$$\Omega_{0,7\,(max)} = \sqrt{2,41^2+4,82-1} = 3,1$$

Die maximal mit einem zweikreisigen Bandfilter herstellbare Bandbreite ist also gleich dem 3,1 fachen Wert der Bandbreite des einzelnen Kreises.
Die hierzugehörende normierte Kopplung beträgt x = 2,41.

In Bild 11 sind die drei Kurven für den Einzelkreis, das kritisch gekoppelte Bandfilter und das überkritisch gekoppelte Bandfilter mit der maximal möglichen Bandbreite der Anschaulichkeit halber noch einmal übereinander gezeichnet.

### Normierter Frequenzabstand der Höcker $\Omega_h$

Für den Abstand der Höckermaxima von der Abstimmfrequenz Ωh (Bild 9) gilt die Formel:

$$\boxed{\Omega_h = \pm\sqrt{x^2 - 1}} \qquad \textbf{(11)}$$

Der Abstand der Höcker voneinander ist also $2\sqrt{x^2 - 1}$.
Man sieht auch aus dieser Formel, daß für x = 1 keine Höcker mehr auftreten können.

Aus der Kurve $\Omega_h$ in Bild 10 kann man die, normierte Höckerfrequenz in Abhängigkeit von der Kopplung x ohne Rechnung ablesen.

Die normierte Grenzfrequenz $\Omega_g$ bei x > 1

Als Grenzfrequenz bezeichnet man diejenige Frequenz, bei der die Filterkurve nach Bild 9 an den Flanken die gleiche Höhe aufweist wie in dem Tiefstpunkt der Einsattelung (bei $\Omega = 0$). Da die Spannung in diesem Tiefstpunkt von der Kopplung x abhängig ist, gilt dies auch für die Grenzfrequenz, und man erhält die Formel für die Grenzfrequenz durch Gleichsetzung der allgemeinen Formel für die Sekundärspannung mit der für die Sekundärspannung bei $\Omega = 0$. Daraus ergibt sich für.

$$\boxed{\Omega_g = \pm\sqrt{2\left(x^2 - 1\right)}} \qquad \textbf{(12)}$$

Wir vergleichen diese Formel für die Grenzfrequenz mit der Formel für die Höckerfrequenz und stellen fest, daß sich beide nur durch den Faktor $\sqrt{2}$ unterscheiden. Daraus ergibt sich: die Grenzfrequenz $\Omega_g$ ist immer gleich dem $\sqrt{2}$- fachen Wert ($\approx 1{,}41$) der Höckerfrequenz. Meist ist nun bei der Berechnung eines Bandfilters ein bestimmter Wert von $\Omega_g$ vorgeschrieben, und dazu soll die erforderliche Kopplung bestimmt werden. Hierfür gilt die Formel:

$$\boxed{x_g = \sqrt{\frac{\Omega_g^{\,2}}{2} + 1}} \qquad \textbf{(13)}$$

Aus der Kurve $\Omega_g$ in Bild 10 lassen sich die Werte für die Grenzfrequenz in Abhängigkeit von der normierten Kopplung und umgekehrt ohne Rechnung ablesen.

Berechnungsbeispiele

1. Rundfunkbandfilterspulen für 473 kHz lassen sich als billige Kreuzwicklung mit Schraubkern mit Dämpfungen von etwa 0,8% herstellen. Welche Bandbreiten ergeben sich alsMaximalwerte:
für den Einzelkreis,
für ein kritisch gekoppeltes Bandfilter,
für ein überkritisch gekoppeltes Bandfilter.
Einzelkreis: $2\,\Delta\, f_{0,7} = d \cdot f_r = 0{,}008 \cdot 473 = 3{,}8\text{kHz}$

Zweikreisbandfilter, kritische Kopplung x = 1

$$2\,\Delta\, f_{0,7} = 1{,}41 \cdot d \cdot f_r = 1{,}41 \cdot 3{,}8 = 5{,}4\text{kHz}$$

Hierzu beachte man den Abschnitt „Bandbreite bei kritischer Kopplung" oder Bild 6. Der Wert $\Omega_{0,7}$ ist 1,414 (x=1). Die Kopplung muß gleich der Dämpfung sein, also auch k = 0,8%.
Bei einem überkritisch gekoppelten Zweikreisbandfilter ist die maximal mögliche Bandbreite $\Omega_{0,7\,(max)}$ = gleich dem 3,1 fachen Wert der Bandbreite des Einzelkreises und somit

$$2\,\Delta\, f_{0,7\,(max)} = 3{,}1 \cdot d \cdot f_r = 3{,}1 \cdot 3{,}8 = 11{,}8\text{kHz}$$

Dabei sinkt die Spannung in der Einsattelung nicht unter den 0,707fachen Wert der Maximalspannung. Dazu gehört (siehe Bild 8 und den Abschnitt: „Bandbreite bei überkritischer Kopplung") eine normierte Kopplung von x = 2,41 und damit ein Kopplungsgrad von

$$k = x \cdot d = 2{,}41 \cdot 0{,}008 = 0{,}013 = 1{,}3\%$$

2. Für das Frequenzband 3,5 bis 3,8MHz (80-m-Amateurband) soll ein Bandfilter aufgebaut werden; die Tiefe der Einsattelung in Bandmitte, d. h. bei 3,65 MHz darf 20% betragen, d. h. bei 3,65 MHz darf die Spannung bis auf den 0,8fachen Betrag des Maximalwertes abfallen, das

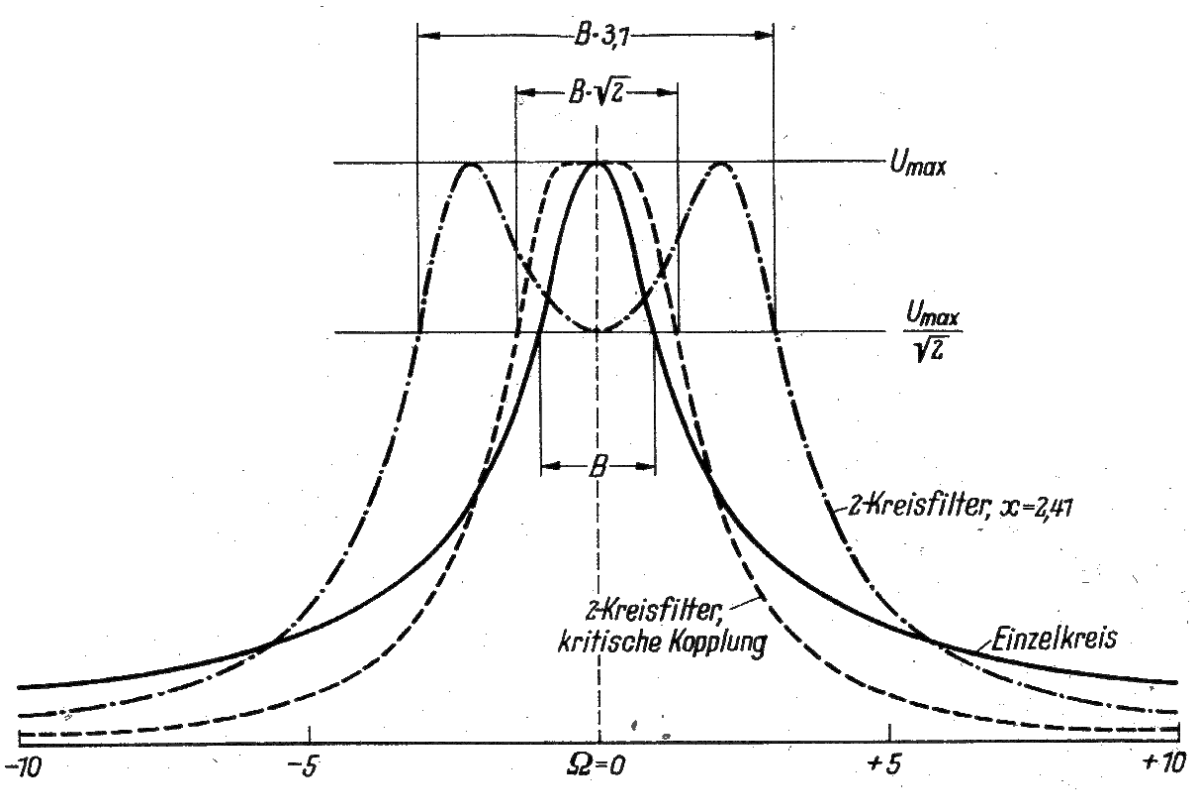



*Bild 11. Vergleich der Resonanzkurven für den Einzelkreis mit der Bandbreite B mit einem kritisch gekoppelten Zweikreisfilter (Bandbreite $\sqrt{2} \cdot B$) und einem Zweikreisfilter mit $x = 2{,}41$ und der Bandbreite $3{,}1 \cdot B$*

gleiche gilt für die Frequenzen 3,5MHz und 3,8 MHz. (Die Welligkeit soll also 1/0,8 = 1,25 betragen.) Für $U_0/U_{max}$ von 0,8 finden wir aus der Kurve Bild 8 den Wert x = 2 für die normierte Kopplung. Die normierte Grenzfrequenz $\Omega_g$ erhalten wir zu diesem x-Wert aus

$$\Omega_g = \pm\sqrt{2(x^2-1)} = \pm\sqrt{6} = \pm 2{,}45$$

oder aus der Kurve für $\Omega_g$ in Bild 10.

Aus diesem Wert für die normierte Grenzfrequenz und den bekannten Größen: Abstimmfrequenz $f_r$ = 3,65 MHz, $2\,\Delta\, f_g$ = 0,3 MHz (3,8 – 3,5 MHz) erhalten wir den Wert für die Dämpfung jedes Einzelkreises zu:

$$\Omega_g = \frac{2\,\Delta\, f_g}{d \cdot f_r}, \quad d = \frac{2\,\Delta\, f_g}{\Omega_g \cdot f_r} = \frac{0{,}3}{2{,}45 \cdot 3{,}65} = \frac{0{,}3}{8{,}95} 0{,}0335, \quad \mathbf{d = 3{,}35\%}$$

Die Kreise werden meist besser sein, man wird sie zusätzlich bis auf diesen Wert bedämpfen müssen.

Den Kopplungsfaktor berechnen wir aus dem eben gefundenen Wert für die Dämpfung und dem vorher bestimmten Wert der normierten Kopplung x = 2 zu

$k = x \cdot d = 2 \cdot 0{,}0335$ = **6,7%**

Die beiden notwendigen Werte k und d für die Bemessung des Bandfilters liegen also jetzt fest. Dabei sei noch einmal daran erinnert, daß die Berechnungen für den Fall gelten, daß beide Einzelkreise gleiche Daten haben und auf die gleiche Frequenz abgestimmt sind (in unserem Beispiel auf 3,65 MHz).

Interessant ist noch die Lage der Höckermaxima in der Bandfilterkurve. Wir sahen, daß Höckerfrequenz und Grenzfrequenz in folgender Beziehung zueinander stehen: $\Omega_g = \sqrt{2} \cdot \Omega_b$

$\Delta\, f_g$ ist aber 0,15 MHz, damit ist $\Delta f_h \frac{0{,}15}{1{,}414} = 0{,}106$ MHz

Die beiden Höckerfrequenzen liegen dann bei:

3,65 + 0,106 = **3,756 MHz** und 3,65 - 0,106 = **3,544 MHz**

Das gleiche Ergebnis erhält man, wenn man mit x = 2 in die Kurve für $\Omega_h$ in Bild 10 geht. Dort ergibt sich $\Omega_h$ = 1,73. Auch aus der Formel $\Omega_h = \pm\sqrt{x^2-1}$ erhält man $\Omega_h = \pm\sqrt{4-1} = 1{,}73$. Dann ist $\Omega_h = \frac{2\,\Delta f_h}{d \cdot f_r}$,

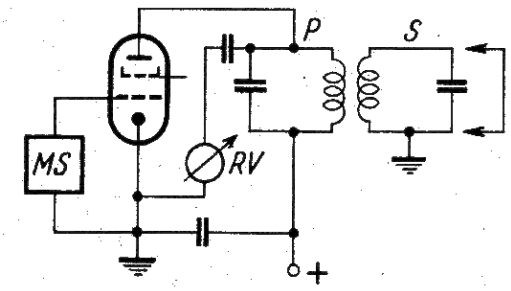


*Bild 12. Schaltung zur Messung sehr kleiner Kopplungsfaktoren*

$$\Delta f_h = \frac{\Omega_h \cdot d \cdot f_r}{2} = \frac{1{,}73 \cdot 0{,}0335 \cdot 3{,}65}{2} = \pm 0{,}106$$

Außerdem interessiert noch die Bandbreite des Filters (Frequenzband, das durch die $1/\sqrt{2}$ -Werte der Sekundärspannung eingeschlossen wird). Hier kann man ebenfalls aus Bild 10 für $\Omega_{0,7}$ ablesen: $\Omega_{0,7}$=2,65 bei $x = 2$. Oder durch die Rechnung mit der Formel für die Bandbreite bei überkritischer Kopplung ergibt sich:

$$\Omega_{0,7(x>1)} = \sqrt{x^2+2x-1} = \sqrt{4+4-1} = \sqrt{7} = 2{,}65$$

Aus diesem Wert für die normierte Verstimmung errechnet sich die Bandbreite zu $\Omega_{0,7} = \frac{2\,\Delta f_{07}}{d \cdot f_r}$;

$$2\,\Delta f_{07} = \Omega_{0,7} \cdot d \cdot f_r = 2{,}65 \cdot 0{,}335 \cdot 3{,}65 = 0{,}324 \text{ MHz}$$

Die Frequenzen an der Flanke der Filterkurve, bei denen die Spannung auf den 0,707fachen Wert der Maximalspannung (Spannung am Höcker) abgefallen ist, betragen also:

$$3{,}65 + \frac{0{,}324}{2} = \mathbf{3{,}812\,MHz} \text{ und } 3{,}65 - \frac{0{,}324}{2} = \mathbf{3{,}488\,MHz}$$

Ubrigens läßt sich der gesamte Verlauf der Bandfilterkurve − in normierter Form − im Bild 6 ablesen, darin gilt für den betrachteten Fall die Kurve für x = 2, sie ist bis zur Verstimmung $\Omega$ = 3,5 aufgezeichnet. Daraus lassen sich noch folgende Werte entnehmen: $U_0/U_{max}$ bei der Abstimmfrequenz ($\Omega$ = 0) = 0,8, normierte Höckerfrequenz $\Omega_h$ = 1,73, normierte Grenzfrequenz 2,45 und normierte Bandbreite $\Omega_{0,7}$ = 2,65.

Nun interessiert noch die Trennschärfe gegen weiter ab liegende Frequenzen; beispielsweise soll das Filter hinter einer Verdopplerstufe benutzt werden (1,825 MHz wird auf 3,65 MHz verdoppelt) und die Trennschärfe gegen die gleichzeitig ungewollt mit entstehende dritte Harmonische (5,475 MHz) soll untersucht werden. Man benutzt die Formel für die Sekundärspannung und erhält mit x =⁻2 und

$$v = \frac{5{,}475}{3{,}65} - \frac{3{,}65}{5{,}475} = 0{,}833; \quad \Omega = \frac{v}{d} = \frac{0{,}833}{0{,}0335} \approx 25$$

$$\frac{U}{Ur} = \frac{2\,x}{\sqrt{\left(1+x^2\right)^2 - 2\Omega^2\left(x^2-1\right) + \Omega^4}} = \frac{4}{620} = \mathbf{0{,}00645}$$

3.Läßt man einen Abfall auf den 1/√2fachen Wert in Bandmitte und an den Bandgrenzen zu, dann wird die Rechnung besonders einfach, da in diesem Falle die Werte x = 2,41 und $\Omega_{0,7}$ = 3,1 bekannt sind (siehe Abschnitt „Bandbreite bei überkritischer Kopplung"). Aus $\Omega_{0,7}$ erhält man die erforderliche Kreisdämpfung zu

$$\Omega_{0,7} = \frac{2\,\Delta f}{d \cdot f_r}; \qquad d = \frac{2\,\Delta f}{\Omega_{0,7} f_r} = \frac{0{,}3}{3{,}1 \cdot 3{,}65} = \mathbf{0{,}0265}$$

Und aus x die Kopplung $k = 0{,}0265 \cdot 2{,}41 = 0{,}064$

Die Trennschärfe für den erwähnten Fall wird: Verstimmung = 0,833, normierte Verstimmung $\Omega = \frac{0{,}833}{0{,}0265} = 31{,}4$ und daraus $\frac{U}{Ur} = \frac{4{,}82}{980} = \mathbf{0{,}0049}$

Die Trennschärfe ist also größer als im vorhergehenden Fall.

Spannungsverlauf am Primarkreis

Der Verlauf der Spannung am Primärkreis in Abhängigkeit von der normierten Verstimmung und Kopplung soll wegen der geringeren praktischen Bedeutung nur kurz betrachtet werden:
Für den speziellen Fall gleicher Kreisdämpfungen und Kapazitäten ergibt sich als Formel für den Verlauf der Primärresonanzkurven

$$\frac{U_p}{U_{p\,res}} = \sqrt{\frac{1+\Omega^2}{\left(1+x^2\right)^2 - 2\Omega^2\left(x^2-1\right)+\Omega^4}}$$

Sie sind den Sekundärresonanzkurven ähnlich, jedoch ergeben sich im Einzelnen folgende wesentliche Unterschiede:

| Primärresonanzkurven | Sekundärresonanzkurven |
|---|---|
| Die Spannung Up bei Resonanzabstimmung Ω=0) hat ihren Maximalwert bei der normierten Kopplung x = 0. Sie sinkt bei größer werdender Kopplung schnell ab und verläuft nach der Formel $\frac{U_p}{U_{p\,max}} = \frac{1}{\left(1+x^2\right)}$ | Die Spannung U bei Resonanzabstimmung (Ω=0) hat ihren Maximalwert bei der normierten Kopplung x = 1. Sie steigt von x = 0 aus zunächst an und verläuft nach der Formel $\frac{U}{U_{max}} = \frac{2x}{\left(1+x^2\right)}$ |
| Die Resonanzkurve wird bei zunehmendem x breiter, bei $\underline{x = 0{,}486}$ beginnt die Kurve Höcker zu bekommen, sowie eine Einsattelung, deren tiefster Wert bei Ω = 0 liegt. | Die Resonanzkurve wird bei zunehmendem x breiter, bei $\underline{x = 1}$ beginnt die Kurve zwei Höcker zu bekommen, sowie eine Einsattelung, deren tiefster Wert bei Ω=0 liegt. |
| Die Einsattelung wird bei Vergrößerung der Kopplung x schnell tiefer (bei x = 3 beträgt die Spannung bei Resonanzabstimmung, also im Tiefstpunkt der Einsattelung, noch $10^{\%}$ des Wertes, der an dieser Stelle bei der Kopplung x = 0 auftritt) | Die Einsattelung wird bei Vergrößerung der Kopplung x immer tiefer (bei x = 3 beträgt die Spannung bei Resonanzabstimmung, also im Tiefstpunkt der Einsattelung, noch $60^0$/o des Wertes, der an dieser Stelle bei der Kopplung x = 1 auftritt) |
| Die Höcker wandern mit größer werdender Kopplung x auseinander und werden niedriger, ihre Höhe nähert sich asymptotisch einem konstanten Wert, während die Einsattelung weiterhin tiefer wird | Die Höcker wandern mit größer werdender Kopplung x auseinander und bleiben in ihrer Höhe gleich hoch (Maximalspannung wie bei x = 1), während die Einsattelung tiefer wird |

Messung der normierten Kopplung k/d

Die Kreisdämpfung d läßt sich nach den im Funktechnischen Arbeitsblatt Sk 21, Blatt 2 angegebenen Verfahren ermitteln. Schwieriger ist es, den meist sehr kleinen Kopplungsfaktor nach den bekannten Methoden (FtA Ind 12) zu messen. Mit folgendem Meßverfahren kann die normierte Kopplung k/d, deren Größe für die Bandfilterdimensionierung besonders interessiert, direkt gemessen werden:
Das Bandfilter wird mit der vorhergehenden Röhre zusammengeschaltet (Bild 12). Parallel zum Primärkreis schaltet man ein Röhrenvoltmeter, der Sekundärkreis wird kurzgeschlossen, damit er den Primärkreis nicht beeinflußt. An das Gitter der Röhre wird ein Meßsender angeschlossen, auf die Meßfrequenz eingestellt und die Spannung soweit aufgedreht, daß sich ein gut ablesbarer Ausschlag am Röhrenvoltmeter einstellt.

Meßvorgang:

1. Primärkreis auf Meßfrequenz abgleichen (maximaler Ausschlag des Röhrenvoltmeters).
2. Meßsenderspannung so einstellen, daß sich ein bequemer Spannungswert am Röhrenvoltmeter ergibt, z. B. 2 Volt. Diese Spannung wird mit $U_1$ bezeichnet.
3. Kurzschluß des Sekundärkreises aufheben.
4. Sekundärkreis abgleichen auf minimalen Ausschlag des am Primärkreis liegenden

Röhrenvoltmeters (der Sekundärkreis wirkt als Absorptionskreis). Der dabei abgelesene minimale Ausschlag wird mit $U_2$ bezeichnet.

5. Aus $U_1$ und $U_2$ ergibt sich die normierte Kopplung k/d aus: $x = \frac{k}{d} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2} - 1}$

Bei bekannter Dämpfung d ist der Kopplungsfaktor k dann: $k = d\sqrt{\frac{U_1}{U_2} - 1}$

Bei Kreisen mit nicht gleicher Dämpfung ist $d = \sqrt{d_1 \cdot d_2}$ zu setzen.

---