Wie legen das Schaltbild aus Abbildung 1 mit den dort definierten komplexen Strömen und Stromrichtungen zugrunde.

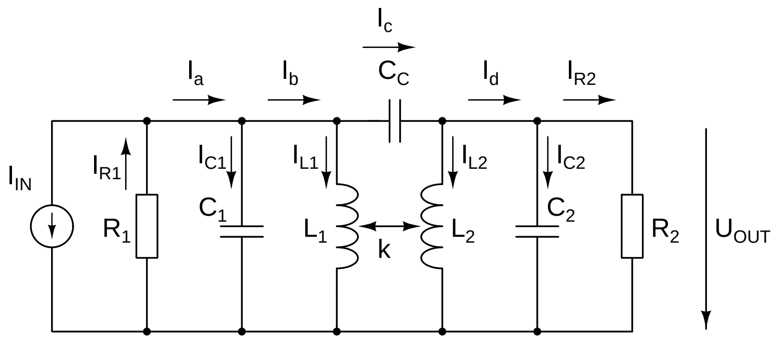

Abbildung 1: Bandfilter mit Definition der Ströme

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Knoten- und Maschenregeln [2], die auch für komplexe Ströme und Spannungen gelten, ergeben sich folgende Bestimmungsgleichungen für die in der Schaltung vorkommenden komplexen Ströme und Spannungen:

$$\begin{aligned}
U_1 + U_{C1} &= 0\\
U_1 + U_{L1} &= 0\\
U_1 + U_{Cc} + U_{L2} &= 0\\
U_1 + U_{Cc} + U_{C2} &= 0\\
U_1 + U_{Cc} + U_{\mathrm{out}} &= 0
\end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}
I_{R1} &= I_{\mathrm{in}} + I_a\\
I_b &= I_{L1} + I_{Cc}\\
I_d &= I_{C2} + I_{R2}\\
I_a &= I_b + I_{C1}\\
I_{Cc} &= I_d + I_{L2}
\end{aligned}$$

Die Klemmenspannungen U_{L1} und U_{L1} an den Induktivitäten L_1 und L_2 sind dabei gegeben durch [1]

$$U_{L1} = j\omega L_1 I_{L1} + j\omega M I_{L2}$$
$$U_{L2} = j\omega L_2 I_{L2} + j\omega M I_{L1}$$

Wobei die Gegeninduktivität M mit dem induktiven Kopplungsfaktor k der Spulen gemäß

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

verknüpft ist. In diesem linearen Gleichungssystem können nun mit dem Ohmschen Gesetz, welches auch für komplexe Spannungen und Ströme gilt, zunächst die Hilfsströme I_a,I_b und I_d eliminiert werden. Anschließend werden alle weiteren Größen bis auf I_{in} und U_{out} eliminiert. Nach längerer Rechnung ergibt sich damit der Zusammenhang

$$U_{\text{out}} = \frac{R_2}{f(\omega) - g(\omega)\frac{q(\omega)}{p(\omega)}} \cdot I_{\text{in}}$$

mit den komplexwertigen Hilfsfunktionen

$$f(\omega) = \frac{\frac{R_2 L_2}{M} - R_2}{j\omega M - \frac{j\omega L_2 L_1}{M}} - \frac{R_2}{R_1} - j\omega C_1 R_2$$

$$g(\omega) = 1 + \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{j\omega C_C R_1} - \frac{\frac{R_1 L_2}{j\omega C_C R_1 M}}{j\omega M - \frac{j\omega L_2 L_1}{M}}$$

$$p(\omega) = 1 - \frac{L_1}{M}\left(\frac{\frac{1}{j\omega C_C}}{j\omega M - \frac{j\omega L_2 L_1}{M}}\right) - \left(\frac{1}{j\omega C_C R_1}\right)\left(\frac{R_1}{j\omega M} + \frac{L_1}{M}\left(\frac{\frac{R_1 L_2}{M} - R_1}{j\omega M - \frac{j\omega L_2 L_1}{M}}\right)\right)$$

und

$$q(\omega) = 1 + \frac{R_2}{j\omega M} + \frac{L_1}{M}\left(\frac{\frac{R_2 L_2}{M} - R_2}{j\omega M - \frac{j\omega L_2 L_1}{M}}\right) + j\omega C_2 R_2$$

Literatur

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Inductance

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff's_circuit_laws