

Das Gitteraudion mit Induktiver Rückkopplung

Dipl.-Phys. Jochen Bauer

02.08.2014

Einführung und Motivation

Das Rückkopplungsaudion mit Gittergleichrichtung ist eines der am häufigsten verwendeten Schaltungsprinzipien für Einkreisempfänger. Während der ursprünglich von Armstrong [1] patentierte Rückkopplungsempfänger auf einer Rückkopplung über die parasitäre Anoden-Gitterkapazität von Trioden basiert, wurde in späteren Schaltungen vor allem in Europa zunehmend die induktive Rückkopplung über eine separate Rückkopplungsspule angewendet. Die Funktion des Gitteraudions als HF Gleichrichter-Verstärker wird in der einschlägigen Literatur ausführlich behandelt. Wir wollen uns daher in diesem Artikel auf die Rückkopplung konzentrieren.

Die am häufigsten verwendeten Schaltungsvarianten zur Einstellung der Rückkopplung sind die variable Ankopplung der Rückkopplungsspule an die Schwingkreisspule sowie die Begrenzung des HF-Wechselstromes im Rückkopplungsweig durch einen einstellbaren Rückkopplungskondensator bei unveränderlicher Kopplung zwischen Rückkopplungsspule und Schwingkreisspule. Wir werden auf beide Methoden im weiteren Verlauf dieses Artikels detailliert eingehen. Zunächst soll aber noch kurz auf die theoretische Beschreibung der Rückkopplung und deren Auswirkung auf den Schwingkreis eingegangen werden.

Entdämpfung und Verstimmung durch Rückkopplung

Die Auswirkungen der Rückkopplung auf den Schwingkreis können durch einen im Schwingkreis scheinbar zusätzlich auftretenden, komplexen Widerstand

$$Z_+ = R_+ + jX_+$$

in Serie mit Spule und Kondensator beschrieben werden. Der Realteil R_+ addiert sich dann zum Serienverlustwiderstand R des Schwingkreises¹ und beschreibt im Falle negativer Rückkopplung ($R_+ > 0$) dessen zusätzliche Bedämpfung. Im Falle

¹Da die meisten Verluste in der Spule auftreten, ist R der ohmsche Widerstand der Spule für HF-Wechselströme unter Berücksichtigung von Skin- und Proximityeffekt [2], [3].

der positiven Rückkopplung, wie sie beim Rückkopplungsempfänger immer angewendet wird, ist jedoch $R_+ < 0$ und die Dämpfung des Schwingkreises durch dessen Serienverlustwiderstand R wird teilweise aufgehoben². Es findet also eine Entdämpfung des Schwingkreises und eine damit verbundene Erhöhung des scheinbaren Gütefaktors \tilde{Q} gemäß [4]

$$\tilde{Q} = \frac{1}{R - |R_+|} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

statt. Dadurch wird natürlich die Resonanzüberhöhung der Eingangsspannung weiter vergrößert und die Bandbreite des Schwingkreises verkleinert. Dies ist das Grundprinzip des Rückkopplungsempfängers. Der scheinbare Widerstand R_+ kann daher als "Entdämpfungswiderstand" bezeichnet werden, sofern natürlich $R_+ < 0$ ist.

Es stellt sich an dieser Stelle die Frage nach dem sinnvollen Wertebereich des Entdämpfungswiderstandes R_+ . Dieser hängt stark von dem Frequenzbereich des Empfängers und der damit verbundenen typischen physikalischen Schwingkreisgüte³ Q ab. Im Mittelwellenbereich liegen die physikalischen Schwingkreisgüten meistens nicht unter $Q=50$, was bei einem L/C Verhältnis von $300\mu\text{H}/30\text{pF}$ am oberen Ende des Abstimmereiches einem Serienverlustwiderstand von ca. $R = 60\Omega$ entspricht [4]. Der sinnvolle Entdämpfungswiderstand R_+ bewegt sich damit in diesem Fall zwischen 0Ω und -60Ω .

Neben dem offensichtlich gewünschten (negativen) Realteil R_+ des komplexen Widerstandes Z_+ besitzt dieser aber in den meisten Fällen auch noch einen Imaginärteil X_+ . Dieser addiert sich zu dem Blindwiderstand $X_L = \omega L$ der Spule und dem Blindwiderstand $X_C = -1/\omega C$ des Kondensators im Schwingkreis und führt zu einer Änderung der Resonanzfrequenz von $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ zu ω_1 gemäß der neuen Resonanzbedingung

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} + X_+ = 0$$

was zu einer (absoluten) Verstimmung von

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{X_+}{2L}} - \sqrt{\left(\frac{X_+}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \quad (1)$$

führt⁴. Da X_+ in den meisten Fällen von der eingestellten Stärke der Rückkopplung abhängig ist, erfordert eine Änderung der Rückkopplungsstärke eine

²Bei einer vollständige Aufhebung der Dämpfung beginnt das System als Oszillator zu arbeiten.

³Diese bezeichnet den Gütefaktor ohne Rückkopplung.

⁴Ein positiver Wert von $\Delta\omega$ zeigt damit eine Verstimmung zu niedrigeren Frequenzen an.

Nachregelung der Resonanzfrequenz am Schwingkreis. Dies ist für den Benutzer umständlich und das Ziel muss es daher sein, die Variation von X_+ bzw. $\Delta\omega$ über den Einstellbereich der Rückkopplung so gering wie möglich zu halten.

Typische Schaltung eines Rückgekoppelten Gitteraudions

Kommen wir nun zu einer typischen praktischen Schaltung eines rückgekoppelten Gitteraudions mit einer Pentode als Verstärkerelement, wie sie in Abbildung 1 dargestellt ist. Die Ankopplung der Antenne an den aus der Spule L und dem Drehkondensator C bestehenden Schwingkreis wurde dabei der Einfachheit halber weggelassen. Es sei hier angemerkt, dass die Kombination aus Gitterkondensator C_g und Gitterwiderstand R_g nur für die Gleichrichtungsfunktion und nicht für die Rückkopplungsfunktion relevant ist.

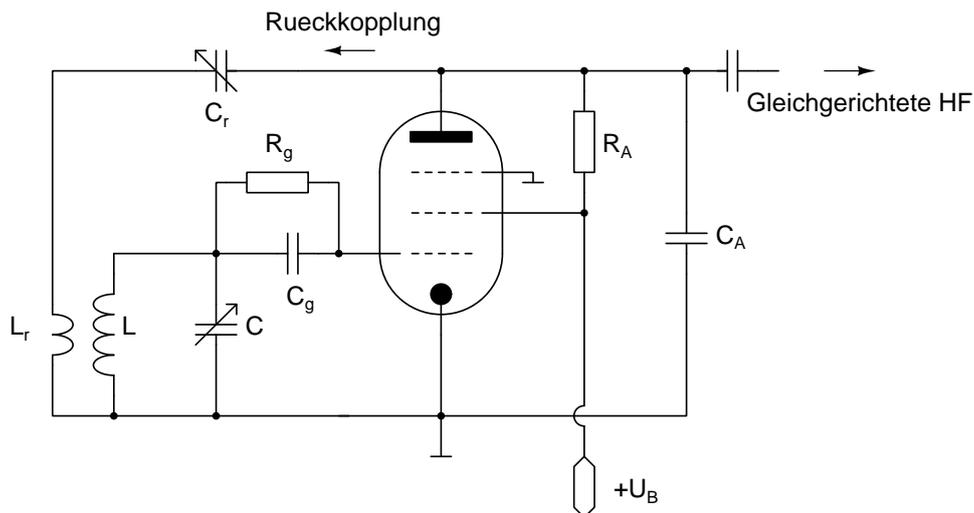


Abbildung 1: Typische rückgekoppelte Gitteraudionschaltung mit Pentode

Die Einstellung der Stärke der Rückkopplung erfolgt meist über einen variablen Rückkopplungskondensator C_r wie in der Schaltung eingezeichnet. Alternativ kann die Einstellung der Rückkopplung auch durch Variation des Kopplungsfaktors k zwischen Rückkopplungsspule L_r und Schwingkreisspule L erfolgen. Der Kondensator C_r ist in diesem Fall eine Festkapazität.

Entscheidend für die Rückkopplungsfunktion ist der Anodenkondensator C_A , dessen Funktion wir zunächst verstehen müssen: Da die Versorgungsspannungsquel-

le für alle in der Schaltung vorkommenden Wechselströme einen Kurzschluss darstellt⁵, liegen der Anodenlastwiderstand R_A und der Anodenkondensator C_A wechselstrommäßig parallel. Damit ist die wirksame Anodenlastimpedanz gegeben durch $R_A \parallel C_A$. Der Wert von C_A liegt üblicherweise in der Größenordnung von 100pF, während R_A typischerweise in der Größenordnung 100k Ω liegt. Damit stellt C_A für den durch die Demodulationsfunktion der Audionschaltung erzeugten niederfrequenten Anteil des Anodenstromes, der sich aus der Amplitudenmodulation des Eingangssignals ergibt, einen gegenüber R_A sehr großen Widerstand dar und es ist $R_A \parallel C_A \approx R_A$. Für die Verstärkung des niederfrequenten Tonsignals in der Schaltung ist daher näherungsweise R_A die wirksame Anodenlastimpedanz.

Anders liegen die Verhältnisse für den hochfrequenten Anteil des Anodenstromes, denn hierfür stellt der Anodenkondensator C_A einen gegenüber R_A sehr kleinen Widerstand dar und es ist $R_A \parallel C_A \approx C_A$. Für die Rückkopplung, die ausschließlich über den Hochfrequenzanteil stattfindet, ist daher C_A näherungsweise die wirksame Anodenlastimpedanz.

Wird die Pentode nun als näherungsweise lineare steuerbare Stromquelle mit der Steilheit S modelliert, so kann mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung der aufgrund der Rückkopplung im Schwingkreis scheinbar zusätzlich auftretende komplexe Widerstand zu

$$Z_+ = R_+ + jX_+ = \frac{\frac{MS}{\omega C C_A}}{\frac{1}{\omega C_A} + \frac{1}{\omega C_r} - \omega L_r} + j \cdot \frac{(\omega M)^2}{\frac{1}{\omega C_A} + \frac{1}{\omega C_r} - \omega L_r} \quad (2)$$

bestimmt werden, wobei

$$M = k \sqrt{L \cdot L_r} \quad (3)$$

die gegenseitige Induktivität [5] der Rückkopplungs- und Schwingkreisspule in Abhängigkeit von deren Kopplungsfaktor k ist. Der an der Herleitung interessierte Leser sei auf Anhang A dieses Artikels verwiesen.

In praktischen Schaltungen ist die Induktivität der Rückkopplungsspule wesentlich kleiner als die Induktivität der Schwingkreisspule, d.h. es ist $L_r \ll L$. Andererseits ist aber die (maximale) Kapazität des (variablen) Rückkopplungskondensators C_r in der selben Größenordnung wie die maximale Kapazität des Drehkondensators C des Schwingkreises. Daraus folgt nun, dass in der Praxis stets $\omega L_r < 1/\omega C_r$ gilt⁶.

⁵In der Praxis wird dies durch hinreichend große Kondensatoren parallel zur Versorgungsspannungsquelle erreicht.

⁶In anderen Worten: Die Resonanzfrequenz der L_r, C_r Kombination liegt überhalb der maximalen Empfangsfrequenz.

Damit folgt aus den obigen Gleichungen, dass der Kopplungsfaktor k und damit die gegenseitige Induktivität M von Rückkopplungs- und Schwingkreisspule negativ sein muss um eine Entdämpfung ($R_+ < 0$) zu erreichen. Der Wicklungssinn der Rückkopplungsspule muss daher gegenläufig zur Schwingkreisspule sein, was sich mit der experimentellen Erfahrung deckt. Sind diese Bedingungen erfüllt, so ist $R_+ < 0$ über den gesamten sinnvollen Parameterbereich der Schaltung. Dies ist ein Vorteil gegenüber dem Rückkopplungsempfänger nach Armstrong [1], bei dem je nach Einstellung des Anodenkreises auch eine unerwünschte zusätzliche Dämpfung ($R_+ > 0$) vorkommen kann [6].

Es fällt in Gleichung (2) sofort auf, dass der zusätzlich im Schwingkreis auftretende Blindwiderstand X_+ nicht von der Steilheit S der Pentode anhängig ist. Insbesondere ist X_+ auch bei "abgeschalteter" Verstärkung ($S = 0$) noch in unverminderter Größe vorhanden. Der im Schwingkreis zusätzlich auftretende, eine Verstimmung verursachende, Blindwiderstand wird daher bei dieser Schaltungsvariante mit einer kapazitiven HF-Anodenlastimpedanz nicht durch die Rückkopplung selbst, sondern lediglich durch die Anwesenheit der Bauteile L_r , C_r und C_A im Rückkopplungsweig und deren induktive Ankopplung an den Schwingkreis verursacht. Dies kann als Vorteil gegenüber dem Rückkopplungsempfänger nach Armstrong [1] gesehen werden, bei dem X_+ durch die Rückkopplung an sich (mit)verursacht wird [6].

Wir kommen nun zur genaueren Betrachtung der beiden oben beschriebenen Möglichkeiten zur Einstellung der Stärke der Rückkopplung. Dies wollen wir anhand von praktischen Beispielen tun.

Rückkopplungseinstellung mittels Rückkopplungskondensator

Wir betrachten ein Mittelwellenaudio mit $L = 300\mu\text{H}$ und Drehkondensator eingestellt auf $C = 100\text{pF}$, was einer Empfangsfrequenz von ca. 920kHz entspricht. Die Rückkopplungsspule soll 1/10 der Windungen der Schwingkreisspule auf einem identischen Kern haben, was bei einer quadratischen Abhängigkeit der Induktivität von der Windungszahl eine Induktivität von $L_r = 3\mu\text{H}$ ergibt. Die Steilheit der Pentode sei $S = 1\text{mS}$. Im Falle der Einstellung der Rückkopplung über einen variablen Rückkopplungskondensator C_r ist der Kopplungsfaktors k zwischen Rückkopplungs- und Schwingkreisspule unveränderlich und wir setzen $k = -0.3$, was gemäß Gleichung (3) einer gegenseitigen Induktivität von $M = -9\mu\text{H}$ entspricht.

Wir können nun mit Hilfe von Gleichung (2) den Entdämpfungswiderstand R_+ als Funktion der Stellung des Rückkopplungskondensators C_r für verschiedene Werte des Anodenkondensators C_A darstellen. Dies ist in Abbildung 2 geschehen. Es ist hier sehr schön zu sehen, wie sich bei Werten von C_A in der Größenordnung von 100pF zusammen mit den restlichen Parametern der Schaltung ein einstell-

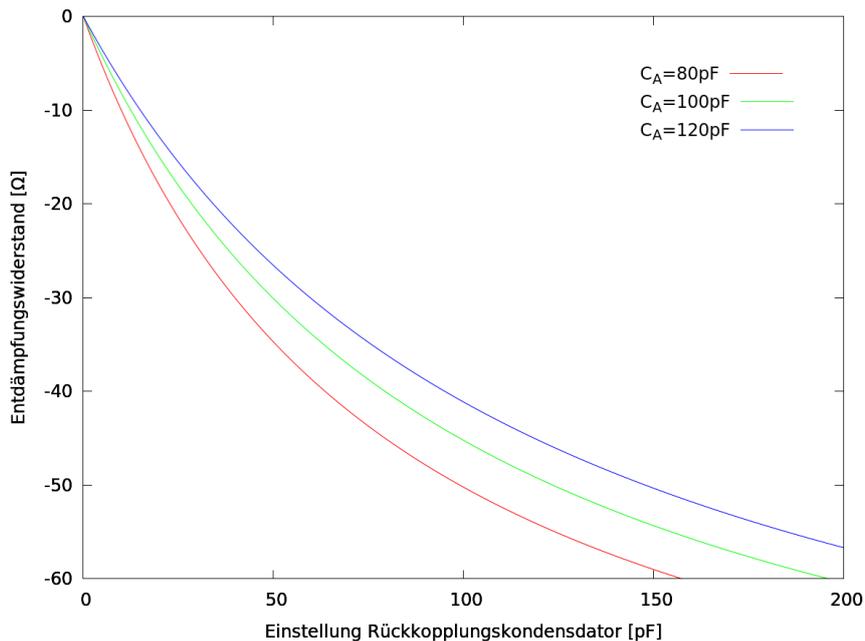


Abbildung 2: Entdämpfungswiderstand in Abhängigkeit von der Stellung des Rückkopplungskondensators

barer Entdämpfungswiderstand R_+ im für Mittelwellenschwingkreise sinnvollen Bereich von 0 bis ca. -60Ω ergibt. Der Verlauf von R_+ ist allerdings deutlich nicht-linear, was zu einer erhöhten Empfindlichkeit der Rückkopplungseinstellung für betragsmäßig niedrige Entdämpfungswiderstände führt.

Kommen wir nun zur Verstimmung des Schwingkreises durch den Blindwiderstand X_+ . Wir können mit X_+ aus Gleichung (2) eingesetzt in Gleichung (1) die resultierende Verstimmung $\Delta\omega$ bzw. Δf wiederum als Funktion der Stellung des Rückkopplungskondensators C_T darstellen. Dies wurde in Abbildung 3 für einen Wert des Anodenkondensators von $C_A = 100\text{pF}$ durchgeführt.

Es zeigt sich, dass über den Einstellbereich der Rückkopplung eine veränderliche Verstimmung von ca. 0 bis 300Hz und damit die Notwendigkeit zum manuellen Nachregeln der Empfangsfrequenz entsteht. Diese ist jedoch bei einer Bandbreite der empfangenen Sender von ca. 10kHz in der Praxis immer noch tolerabel⁷.

⁷Die gefühlte Notwendigkeit bei der Bedienung des Empfängers die Empfangsfrequenz stärker korrigieren zu müssen hat ihren Ursprung eher in der zunehmenden Beschneidung der Bandbreite bei Erhöhung der Rückkopplungsstärke und der Tatsache, dass der Sender am Anfang nicht genau in der Mitte der Resonanzkurve des Schwingkreises lag.

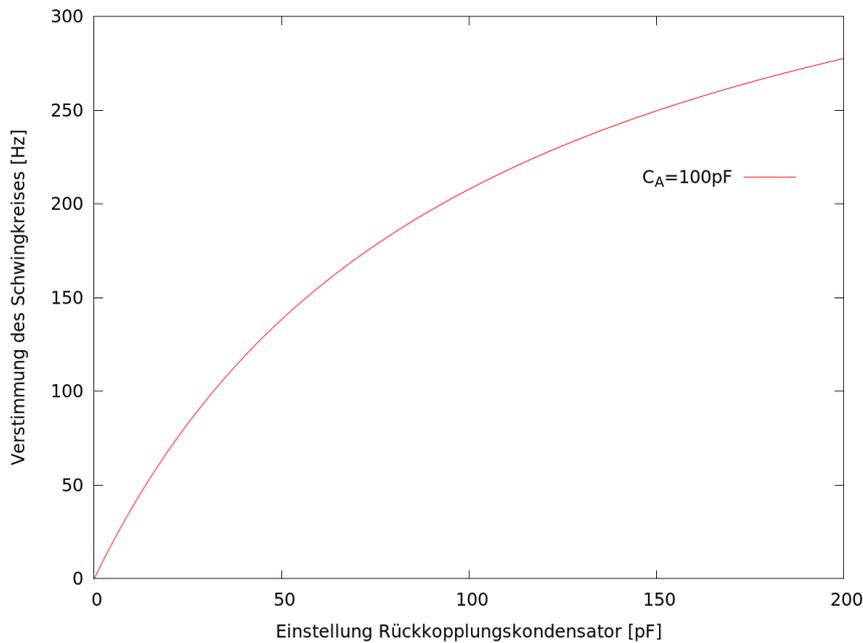


Abbildung 3: Verstimmung in Abhängigkeit der Stellung des Rückkopplungskondensators

Rückkopplungseinstellung mittels Spulenkopplung

Kommen wir nun zu der in der Praxis etwas seltener anzutreffenden Variante der Einstellung der Rückkopplung mittels des Kopplungsfaktors k zwischen Rückkopplungs- und Schwingkreisspule⁸ bei festem Rückkopplungskondensator C_r .

Wir übernehmen, soweit relevant, die Parameter des Beispiels aus dem vorherigen Abschnitt. Der Rückkopplungskondensator wird nun auf einen festen Wert von $C_r = 60\text{pF}$ gesetzt und der Spulenkopplungsfaktor k im Bereich von 0 bis -0.5 variiert. Der daraus resultierende Entdämpfungswiderstand R_+ in Abhängigkeit von k ist für verschiedene Werte des Anodenkondensators C_A in Abbildung 4 dargestellt.

Wie aus den Gleichungen (2) und (3) offensichtlich, ergibt sich eine völlig lineare Abhängigkeit der Entdämpfung vom Spulenkopplungsfaktor k , was bei entsprechender Bemessung der Bauteile eine gleichbleibend genaue Einstellung der Stärke der Rückkopplung über den gesamten Entdämpfungsbereich ermöglicht. In dieser Hinsicht weist diese Variante der Rückkopplungseinstellung einen Vorteil gegenüber der Variante mit variablem Rückkopplungskondensator auf.

⁸Der Grund hierfür dürfte der erhöhte mechanische Aufwand sein.

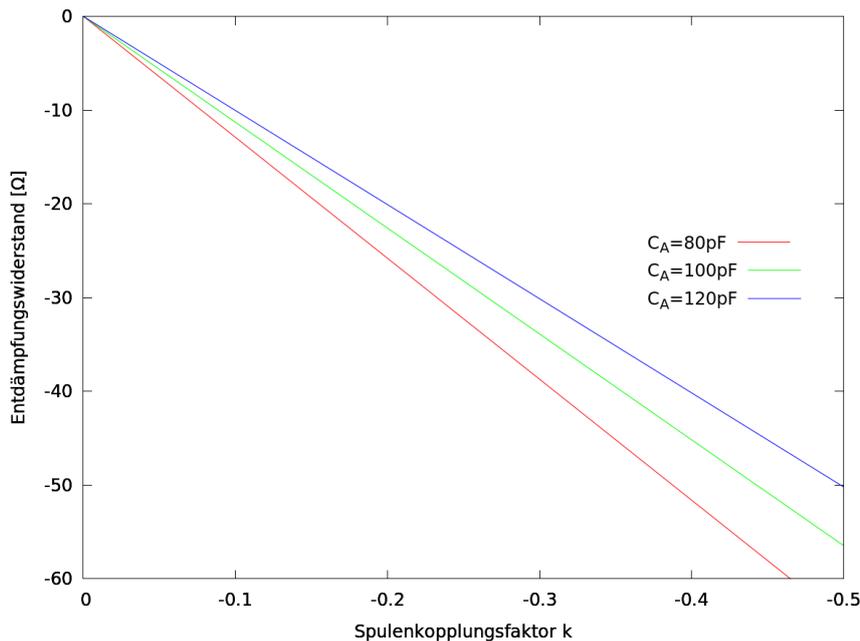


Abbildung 4: Entdämpfungswiderstand in Abhängigkeit der Spulenkopplung

Die Verstimmung des Schwingkreises $\Delta\omega$ bzw. Δf durch den Blindwiderstand X_+ bei dieser Variante der Einstellung der Rückkopplung lässt sich wiederum aus Gleichung (2) eingesetzt in Gleichung (1) ermitteln und als Funktion des Kopplungsfaktors k zwischen Rückkopplungs- und Schwingkreisspule darstellen. Dies ist in Abbildung 5 für einen Wert des Anodenkondensators von $C_A = 100\text{pF}$ geschehen.

Die zu erkennende quadratische Abhängigkeit der Verstimmung vom Spulenkopplungsfaktor k ist aus Gleichungen (2) und (3) ebenfalls sofort zu sehen. Insgesamt ist der Verlauf der Verstimmung daher etwas ungünstiger als bei der vorherigen Variante mit variablem Rückkopplungskondensator, liegt aber bei einer Senderbandbreite von ca. 10kHz in der Praxis ebenfalls noch in einem tolerablen Bereich.

Vergleich mit dem Rückkopplungsempfänger nach Armstrong

Vergleicht man das Rückkopplungsverhalten des Gitteraudions mit induktiver Rückkopplung mit dem Verhalten des Rückkopplungsempfängers nach Armstrong [1], welches in [6] näher betrachtet wurde, so fällt sofort das relativ "gutmütige" Verhalten des Gitteraudions auf. Im Gegensatz zum Rückkopplungsempfänger nach Armstrong ist bei ordnungsgemäßer Dimensionierung der Schaltung kein Bereich mit zusätzlicher Dämpfung anstelle einer Entdämpfung vorhanden. Weiterhin ist die Verstimmung des Schwingkreises lediglich durch die Anwesenheit

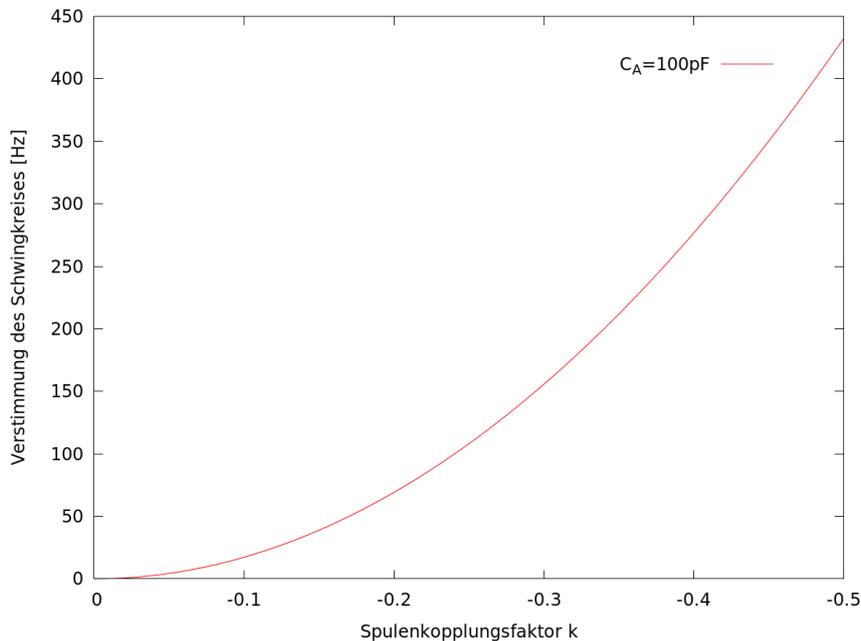


Abbildung 5: Verstimmung in Abhängigkeit der Spulenkopplung

der Komponenten im Rückkopplungsweig aber nicht durch die Rückkopplung an sich gegeben, wodurch sich die im Betrieb auftretende Verstimmung in einem tolerablen Bereich bewegt.

Anhang A: Herleitung der verwendeten Gleichungen

Für die Betrachtung der Rückkopplung ist die Demodulationsfunktion des Gitteraudions irrelevant. Wir gehen daher von einem HF Eingangssignal konstanter Amplitude aus. Die Parallelschaltung aus Gitterkondensator C_g und Entladewiderstand R_g erzeugt dann eine konstante negative Gittervorspannung, die zu einer gegebenen Steilheit der Pentode an diesem Arbeitspunkt führt. Für die weiteren Betrachtungen brauchen dann C_g und R_g nicht explizit einbezogen werden und es ergibt sich die in Abbildung 6 dargestellte Wechselstromersatzschaltung des Gitteraudions mit einer Pentode.

Der innere Anodenstrom der Pentode I_a ist dabei gegeben durch $I_a = S \cdot U_c$, wobei S die Steilheit der Pentode am Arbeitspunkt bezeichnet. Rückkopplungsspule und Schwingkreisspule sind induktiv gekoppelt, wobei der Zusammenhang zwischen dem Kopplungsfaktor k und der gegenseitigen Induktivität M durch

$$M = k \sqrt{L \cdot L_r}$$

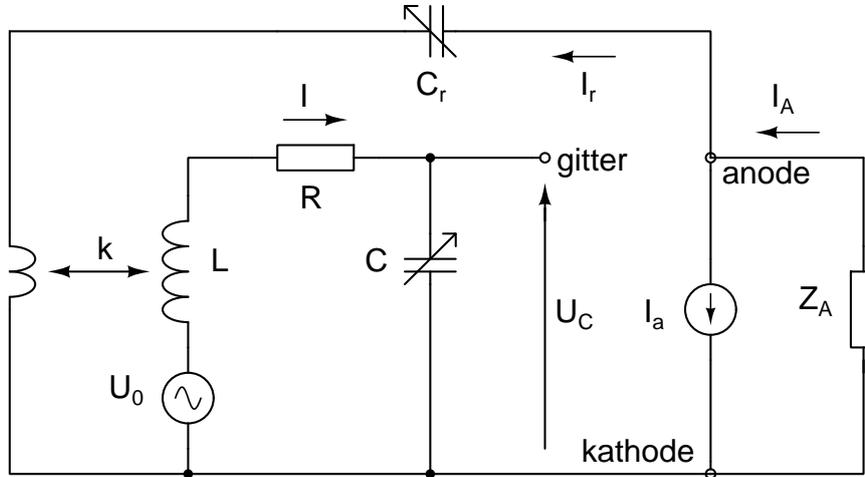


Abbildung 6: Wechselstromersatzschaltung des Gitteraudions

gegeben ist [5]. Der äußere Anodenwiderstand (Lastwiderstand) sei eine allgemeine komplexe Impedanz Z_A . Die in den Schwingkreis eingekoppelte Antennenspannung wird durch eine Wechselspannungsquelle U_0 der Frequenz ω in der Spule beschrieben, die Verluste im Schwingkreis werden durch den Serienverlustwiderstand R modelliert. Durch Anwendung der Kirchhoffschen Knoten- und Maschenregeln, die auch für komplexe Ströme und Spannungen gelten, lassen sich folgende Grundgleichungen aufstellen⁹:

$$U_L + U_R + U_C = U_0 \quad (4)$$

$$U_A + U_{C_r} + U_{L_r} = 0 \quad (5)$$

$$I_r + I_a = I_A \quad (6)$$

Mit Hilfe der gegenseitigen Induktivität M zwischen Rückkopplungsspule und Schwingkreisspule kann deren jeweilige Klemmspannung als [5]

$$U_L = j\omega LI - j\omega MI_r \quad \text{bzw.} \quad U_{L_r} = j\omega L_r I_r - j\omega MI$$

geschrieben werden. Mit dem Ohmschen Gesetz für komplexe Widerstände ergibt sich dann aus Gleichungen (4) und (5)

⁹Dabei ist darauf zu achten, dass die Festlegung der positiven Spannungsrichtung mit der Festlegung der positiven Stromrichtung an jedem Bauteil in einer Masche konsistent ist. In anderen Worten: Der Maschenverlauf muss den Strompfeilen folgen.

$$j\omega LI - j\omega MI_r + RI + \frac{1}{j\omega C}I = U_0 \quad (7)$$

$$Z_A I_A + \frac{1}{j\omega C_r} I_r + j\omega L_r I_r - j\omega MI = 0 \quad (8)$$

Wir können nun I_A in Gleichung (8) gemäß Gleichung (6) durch $I_r + I_a = I_A$ ersetzen und den resultierenden Ausdruck nach I_r auflösen. Das Ergebnis ist

$$I_r = \frac{-\frac{Z_A S}{j\omega C} + j\omega M}{Z_A + \frac{1}{j\omega C_r} + j\omega L_r} \cdot I$$

Der obige Ausdruck für I_r kann nun in Gleichung (7) eingesetzt werden, womit sich

$$\left(j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega M \underbrace{\frac{\frac{Z_A S}{j\omega C} - j\omega M}{Z_A + j\left(\omega L_r - \frac{1}{\omega C_r}\right)}}_{Z_+} \right) I = U_0$$

ergibt, woraus direkt der scheinbar zusätzlich im Schwingkreis auftretende komplexe Serienwiderstand Z_+ abgelesen werden kann. Dieser kann nun weiter zu

$$Z_+ = \frac{\frac{MZ_A S}{C} + (\omega M)^2}{Z_A + j\left(\omega L_r - \frac{1}{\omega C_r}\right)} \quad (9)$$

umgeformt werden. Mit $Z_A = 1/j\omega C_A$ ergibt sich nach Auftrennung in Real- und Imaginärteil unmittelbar Gleichung (2).

Literatur

- [1] E. H. Armstrong, "Wireless Receiving System, ÜS Patent No. 1113149, 1913
- [2] <http://de.wikipedia.org/wiki/Skineffekt>
- [3] [http://de.wikipedia.org/wiki/Proximity-Effekt_\(Elektrotechnik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Proximity-Effekt_(Elektrotechnik))
- [4] <http://de.wikipedia.org/wiki/Gütefaktor>
- [5] <http://en.wikipedia.org/wiki/Inductance>
- [6] http://www.radiomuseum.org/forum/regenerative_receivers_using_capacitive_feedback.html