

Lautsprecherkombinationen – elektrische Weichen, Phasenfehler

1 Die elektrische Weiche und ihre Dimensionierung

Betrachtet werde eine Schaltung nach Bild 1. Das gesamte wiederzugebende Frequenzspektrum wird auf z. B. zwei Lautsprecher, einen Hochton- und einen Tiefton-Lautsprecher, aufgeteilt. Zwischen die Endstufe des NF-Verstärkers und die beiden Lautsprecher ist also eine elektrische Weiche geschaltet.

Bekannt sind dafür vornehmlich drei Ausführungsformen. Sie werden nach der Steilheit ihres Kennlinienverlaufs im Überlappungsgebiet klassifiziert:

- a) 6 dB Spannungsabfall/Oktave
- b) 12 dB Spannungsabfall/Oktave
- c) 18 dB Spannungsabfall/Oktave

1.1 Die elektrische Weiche mit 6 dB Spannungsabfall/Oktave

Bild 2 gibt den Kurvenverlauf. Setzt man als Grenze für den Arbeitsbereich des Lautsprechers einen Pegel von -12 dB an, dann zeigt das Bild, daß sich in diesem Fall die Arbeitsbereiche der beiden Lautsprecher um vier Oktaven überdecken. Deshalb ist eine solche Weiche ungünstig, denn die Lautsprecher müssen bis zu zwei Oktaven über die Überkreuzungsfrequenz hinaus ihre guten Wiedergabeeigenschaften (Wirkungsgrad, Frequenzgang, Richtcharakteristik usw.) behalten.

In den Bildern 3a und b sind zwei Möglichkeiten gezeigt, um einen solchen Kurvenverlauf zu verwirklichen. In Bild 3a (Parallelanordnung der beiden Blindwiderstände) verkörpert jeder Zweig die einfachste Form eines Tiefpasses

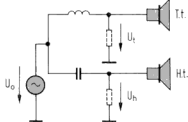


Bild 1. Aufteilung des NF-Übertragungsbereiches auf zwei Lautsprecher, einen Tieftöner (T.t.) und einen Hochtöner (H.t.)

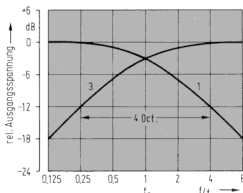


Bild 2. Elektrische Weiche mit 6 dB Spannungsabfall/Oktave

Kurve 1 =  $\frac{|U_t|}{|U_j|}$ , Kurve 3 =  $\frac{|U_h|}{|U_j|}$ ,  $|U_j| = 1$

Bild 4 Elektrische Weiche mit 12 dB Spannungsabfall/Oktave

Kurve 1 =  $\frac{|U_t|}{|U_j|}$   
 Kurve 3 =  $\frac{|U_h|}{|U_j|}$   
 $|U_j| = 1$

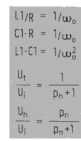
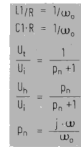
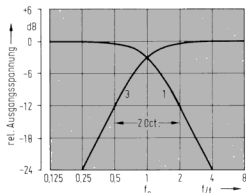


Bild 3. Zwei Schaltungsbeispiele für eine Weiche mit 6 dB Spannungsabfall/Oktave  $\omega_0$  = Überkreuzungsfrequenz, a) unsymmetrische Schaltung, jeder Weichenzweig kann an Masse gelegt werden, b) symmetrische Schaltung

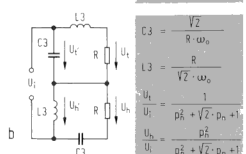
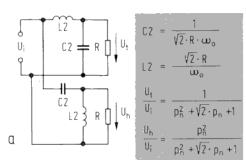


Bild 5. Zwei Schaltungsbeispiele für eine Weiche mit 12 dB Spannungsabfall/Oktave, a) unsymmetrische Schaltung, b) symmetrische Schaltung

(L, R) bzw. eines Hochpasses (C, R). Auch die Anordnung in Bild 3b (Serienschaltung der beiden Blindwiderstände) bringt einen 6-dB-/Oktave-Abfall. Außerdem sind in den Bildern 3a und b die Übertragungsfunktionen und die Formeln für die Bemessung der Blindglieder angegeben <sup>1)</sup> |1, 2, 4|.

Beispiel für die Schaltungen nach Bild 3a oder 3b. Gegeben sei: die Überkreuzungsfrequenz  $f_0$  mit 1000 Hz und die Lautsprecherimpedanz mit 10  $\Omega$ . Dann ist:

$C1 = \frac{1}{\omega_0 \cdot R} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \cdot 10} = 15,9 \mu F$

$L1 = \frac{R}{\omega_0} = \frac{10}{2\pi \cdot 1000} = 1,59 \text{ mH}$

$L1 \cdot C1 = 25,4 \cdot 10^{-9} = \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_0^2}$ ;

$\frac{1}{f_0^2} = 10^{-6}$ ,  $f_0 = 1000 \text{ Hz}$

<sup>1)</sup> Die Übertragungsfunktionen sind im Anhang abgeleitet.

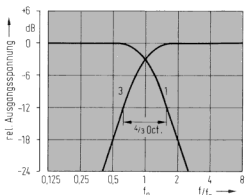


Bild 6. Elektrische Weiche mit 18 dB Spannungsabfall/Oktave

$$\text{Kurve 1} = \frac{|U_1|}{|U_0|} \quad \text{Kurve 3} = \frac{|U_3|}{|U_0|} \quad |U_0| = 1$$

### 1.2 Die elektrische Weiche mit 12 dB Spannungsabfall/Oktave

Bild 4 gibt den Kurvenverlauf wieder. Hier beträgt die Überlappung (wieder gemessen bei -12 dB) nur zwei Oktaven. Die Dimensionierung der Lautsprecher wird also gegenüber Abschn. 1.1 wesentlich erleichtert.

Die Bilder 5a und b zeigen zwei Schaltungsvarianten. In Bild 5a handelt es sich um eine Parallelschaltung der beiden mit L, C bzw. mit C, L bestückten Zweige.

Bild 5b bringt die zweite Schaltungsvariante. Sie ähnelt der Schaltung von Bild 3b. Wieder sind in beiden Bildern die Gleichungen für die Übertragungsfunktion und für die Bemessung der Blindglieder eingetragen<sup>1)</sup> [1, 2, 3, 4].

Beispiel für die Schaltung nach Bild 5a.

Gegeben sei wieder:  $f_0 = 1000$  Hz und  $R = 10 \Omega$ .

Dann ist:

$$C 2 = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 2\pi \cdot 1000} = 11,25 \mu\text{F}$$

$$L 2 = \frac{\sqrt{2} \cdot R}{\omega_0} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10}{2\pi \cdot 1000} = 2,25 \text{ mH}$$

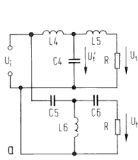
### 1.3 Die elektrische Weiche mit 18 dB Spannungsabfall/Oktave

Der Kurvenverlauf ist in Bild 6 dargestellt. Die Überlappung umfaßt nur noch  $2/3$  Oktaven. Die Bilder 7a und b zeigen zwei Schaltungen dafür mit den dazu gehörenden Dimensionierungsregeln [1, 2, 3].

## 2 Die Beurteilung der Weichen

### 2.1 Die Steilheit des Spannungsabfalls im Überlappungsbereich

Auf dieses Kriterium ist bereits in Abschn. 1 hingewiesen. Je steiler der Abfall, um so kleiner ist der Überlappungsbereich und auch der Arbeitsbereich der Lautsprecher. Ein Lautsprecher läßt sich um so eher optimal dimensionieren, je kleiner sein Arbeitsbereich ist. Unter diesem Gesichtspunkt ist also eine Weiche mit 12 dB oder 18 dB Spannungsabfall/Oktave einer solchen mit 6 dB Abfall überlegen.



$$L4 = 15 \cdot \frac{R}{\omega_0}$$

$$L5 = 0,5 \cdot \frac{R}{\omega_0}$$

$$C4 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{R \cdot \omega_0}$$

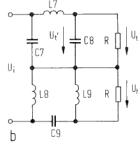
$$C5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{R \cdot \omega_0}$$

$$C6 = 2 \cdot \frac{1}{R \cdot \omega_0}$$

$$L6 = \frac{3}{4} \cdot \frac{R}{\omega_0}$$

$$\frac{U_1}{U_4} = \frac{1}{p_1^3 + 2p_1^2 + 2p_1 + 1}$$

$$\frac{U_5}{U_1} = \frac{p_1^2}{p_1^3 + 2p_1^2 + 2p_1 + 1}$$



$$L7 = \frac{4}{3} \cdot \frac{R}{\omega_0}$$

$$C7 = 1,5 \cdot \frac{1}{\omega_0 \cdot R}$$

$$C8 = 0,5 \cdot \frac{1}{\omega_0 \cdot R}$$

$$L8 = \frac{2}{3} \cdot \frac{R}{\omega_0}$$

$$L9 = 2 \cdot \frac{R}{\omega_0}$$

$$C9 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{R \cdot \omega_0}$$

$$\frac{U_1}{U_7} = \frac{1}{p_1^3 + 2p_1^2 + 2p_1 + 1}$$

$$\frac{U_9}{U_1} = \frac{p_1^2}{p_1^3 + 2p_1^2 + 2p_1 + 1}$$

Bild 7. Zwei Schaltungsbeispiele für eine Weiche mit 18 dB Spannungsabfall/Oktave. a) unsymmetrische Schaltung, b) symmetrische Schaltung

### 2.2 Der Eingangswiderstand der Weiche in Abhängigkeit von der Frequenz

Er soll konstant und reell sein. Erfüllt er diese Bedingung, dann ist die Arbeitskennlinie im  $I_C/U_{CE}$ -Kennlinienfeld eine Gerade. Der maximale Kollektorstrom ist genau festgelegt. Bei Vorhandensein eines Blindanteils bekommt man statt der Arbeitsgeraden eine Ellipse. Wenn der Transistor nicht entsprechend dimensioniert (überdimensioniert) ist, kann der Kollektorstrom bei gleicher Ansteuerung unzulässig groß werden.

Für die in den Bildern 3, 5 und 7 angegebenen Dimensionierungen ist die Forderung, daß der Eingangswiderstand  $Z_1$  konstant sein soll, von vornherein erfüllt. Denn für diese Tiefpaß- und Hochpaßfilter sind sogenannte Grundglieder (constant resistance-, constant-k-networks) verwendet worden. Das sind Filter, bei denen die Längs- und Querwiderstände zueinander dual (widerstandsreziprok) sind. Längswiderstand R und Querleitwert G sind durch die Gleichung  $G = G_0^2 \cdot R$  oder  $R = R_0^2 \cdot G$  (mit  $G_0$ , bzw.  $R_0 =$  beliebige reelle Konstanten) verknüpft. So ergibt sich aus Bild 5a

$$R = j\omega L 2 = \frac{j\omega \cdot \sqrt{2} \cdot R}{\omega_0} = R_0^2 \cdot G$$

$$G = j\omega C 2 = \frac{j\omega}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \omega_0}, \text{ also } R_0^2 = 2 R^2$$

Am Beispiel der Schaltung von Bild 3a sei aber trotzdem die Konstanz des Weichen-Eingangswiderstandes nachgewiesen. Nach Bild 3a ist: (mit  $p = j\omega$ )

$$Z_1 = R \cdot \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{pC \cdot R} + 1} \quad (1)$$

Soll  $Z_i = R$  sein, muß der Nenner von Gl. 1 den Wert 1 haben, d. h. es muß sein

$$\frac{R}{R + pL} + \frac{R \cdot pC}{R \cdot pC + 1} = 1, \text{ daraus folgt (mit } LC = \frac{1}{\omega_0^2})$$

$$R(R \cdot pC + 1) = R + pL \text{ und}$$

$$R^2C = L; L = \frac{R}{\omega_0}, \text{ wie in Bild 3a angegeben.}$$

**2.3 Die abgegebene Leistung soll über der Frequenz konstant sein**

Es wird also verlangt, daß die Summe der den Schwingspulen zugeführten Leistungen von der Frequenz unabhängig ist. In den Bildern 3, 5 und 7 werden die Schwingspulenwiderstände durch die an den Weichenausgängen liegenden Widerstände R dargestellt. Hier wird R als konstant, also frequenzunabhängig, angenommen. Es soll also gelten:

$$\frac{U_i^2}{R} + \frac{U_h^2}{R} = \text{const. mit } U_{\text{eff}} = U = \frac{|U|}{\sqrt{2}} = \frac{|U|}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{U_i}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_h}{\sqrt{2}}\right)^2 = \text{const.}$$

Diese Bedingung ist bei den angegebenen Dimensionierungen erfüllt. Das sei am Beispiel der Schaltung Bild 3a nachgerechnet (vergl. auch Bild 8a).

Nach Bild 3a gilt:

$$\frac{U_i}{U_i} = \frac{1}{p_n + 1} = \frac{\omega_0}{j\omega + 1} \text{ (mit } p_n = \frac{j\omega}{\omega_0})$$

$$\frac{U_i}{U_i} = (\text{für } \omega_0 = 1) = 1 + j\omega$$

Dann ist der Betrag von  $\frac{U_i}{U_i} = \sqrt{1 + \omega^2}$

und von  $\frac{U_h}{U_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2}}$

Also ist  $U_i$  (für  $U_i = 1$ ) =  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2}}$  und  $U_h^2 = \frac{1}{1 + \omega^2}$

Entsprechend erhält man für  $U_h^2 = \frac{1}{1 + \omega^2}$

Daraus ergibt sich:

$$U_i^2 + U_h^2 = \frac{2 + \omega^2 + 1/\omega^2}{2 + \omega^2 + 1/\omega^2} = 1 = \text{const.}$$

$\hat{U}$  = Scheitelwert,  $|U|$  = Betrag einer komplexen Spannung, s. EAB Bd. 5, We 11, und EAB Bd. 8, Mth. 41. Franzis-Verlag, München.

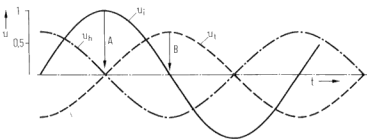


Bild 8. Verlauf der drei Spannungen  $u_i$ ,  $u_h$  und  $u_s$  in der Schaltung Bild 5a für  $\omega = \omega_0$   
 $u_i = A \cdot \sin \omega t$ ,  $u_h = B \cdot \sin(\omega t - 90^\circ)$ ,  $u_s = B \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$   $A = 1$ ,  $B = 0,707$

**2.4 Vermeiden von Phasenfehlern innerhalb der Weiche**

Hatte man sich früher mit den Forderungen auf konstanten Eingangswiderstand und konstante Leistungssumme begnügt, wird jetzt z.T. auch verlangt, daß die Summe der Weichenausgangsspannungen nach Betrag und Phase – von ohmschen Verlusten in der Weiche abgesehen – dem Eingangssignal  $U_i$  nach Betrag und Phase gleich sein soll. Es muß dann gelten:  $U_i = U_i + U_h$  (2)

Daß diese Bedingung nicht in jedem Fall erfüllt wird, sei an einem Beispiel gezeigt. Betrachten wir die Schaltung von Bild 5a und hier die Spannungsverhältnisse bei der Überkreuzungsfrequenz, dann sind die beiden Spannungen  $u_i$  und  $u_h$  (Momentanwerte) dem Betrag nach einander gleich, aber  $u_i$  ist um  $90^\circ$  gegen  $u_h$  nacheilend ( $\varphi_i = -90^\circ$ ) und  $u_h$  um  $90^\circ$  voreilend ( $\varphi_h = +90^\circ$ ). Für diesen Fall sind in Bild 8 die Kurvenzüge von  $u_i$  und  $u_h$  im Vergleich zu  $u_s$  gezeichnet.

Wenn also die Lautsprecher völlig linear arbeiten, wenn sich das Ohr in genau gleichem Abstand zu den beiden Schwingspulen befindet, wenn der Wirkungsgrad beider Lautsprecher gleich ist und wenn auf das Ohr nur der primäre, direkt vom Lautsprecher kommende, und nicht auch ein reflektierter Schall einwirkt, dann würden sich im Ohr die beiden von  $U_i$  und  $U_h$  herrührenden Schalldrücke auslöschen (s. a. Abschn. 6). Auf das Entstehen und Vermeiden solcher Phasenfehler wird in Abschn. 3 eingegangen.

**3 Phasenfehler, die durch die Eigenschaften der elektrischen Weichen bedingt sind**

**3.1 Das Entstehen von Phasenfehlern**

Nach Gl. 2 wird verlangt

$$U_i = U_i + U_h \text{ (also Addition von komplexen Spannungen, nicht von Beträgen)}$$

$$\text{oder } \frac{U_i}{U_i} + \frac{U_h}{U_i} = 1$$

In den Bildern 3, 5 und 7 sind die Gleichungen

$$\text{für } \frac{U_i}{U_i} \text{ u. } \frac{U_h}{U_i} \text{ angegeben.}$$

Daraus folgt: Für eine elektrische Weiche mit einem 6-dB-Spannungsabfall/Oktave nach Bild 3a und b

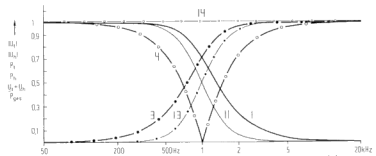


Bild 8a. Frequenzabhängigkeit der Spannungen und Leistungen für die Schaltung von Bild 5a  
 $|U_i| = 1 \text{ V}$ ,  $R = 5 \Omega$ ,  $C_2 = 22,5 \mu\text{F}$ ,  $L_2 = 1,125 \text{ mH}$   
 Kurve 1:  $|U_i|$   
 Kurve 2:  $|U_h|$   
 Kurve 3:  $|U_i + U_h|$ , d. h. Addition der beiden Spannungen nach Betrag und Phase  
 Kurve 11:  $P_i$ , normiert auf den Wert 1  
 Kurve 13:  $P_h$ , normiert auf den Wert 1  
 Kurve 14:  $P_i + P_h$ , normiert auf den Wert 1  
 (vom Rechner geschriebene Kurven)

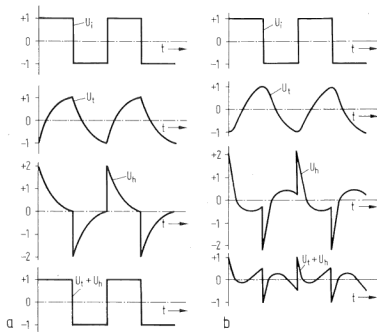


Bild 9. Kontrolle der Beziehung  $t_{ph} = q/\omega$  mit einer Rechteckspannung a) oben: die an die Weiche angelegte Rechteckspannung; Mitte: der Verlauf von  $U_i$  und  $U_h$ . Man sieht die integrierende Wirkung des Tiefpasses und die differenzierende des Hochpasses; unten: da  $t_{ph}$  für beide Frequenzen gleich ist, addieren sich die beiden Kurvenzüge ( $U_i, U_h$ ) zu einem mit der Eingangsspannung identischem Verlauf  
 Bild 9b. Hier ist  $t_{ph}$  für die beiden Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  unterschiedlich, die Rechteckkurve wird verzerrt wiedergegeben [2]

$$\frac{U_i}{U_1} = \frac{1}{p_n + 1}, \quad \frac{U_h}{U_1} = \frac{p_n}{p_n + 1};$$

$$\text{also } \frac{U_i + U_h}{U_1} = \frac{p_n + 1}{p_n + 1} = 1.$$

Hier ist demnach die gestellte Forderung erfüllt.

Für eine elektrische Weiche mit einem 12-dB-Spannungsabfall/Oktave nach Bild 5a und b

$$\frac{U_i}{U_1} = \frac{1}{p_n^2 + \sqrt{2} \cdot p_n + 1}, \quad \frac{U_h}{U_1} = \frac{p_n^2}{p_n^2 + \sqrt{2} \cdot p_n + 1};$$

$$\text{also } \frac{U_i + U_h}{U_1} = \frac{p_n^2 + 1}{p_n^2 + \sqrt{2} \cdot p_n + 1} \neq 1.$$

Hier wird die Forderung nicht eingehalten. Die Differenz D zwischen dem Soll- und Istwert beträgt

$$\frac{\sqrt{2} \cdot p_n}{p_n^2 + \sqrt{2} \cdot p_n + 1} \cdot U_1,$$

demn fügt man zu  $\frac{U_i + U_h}{U_1}$  diese Differenz D

$$\text{hinzu, erhält man: } \frac{p_n^2 + \sqrt{2} \cdot p_n + 1}{p_n^2 + \sqrt{2} \cdot p_n + 1} = 1.$$

Da die Differenz komplex ist ( $p_n = \frac{j\omega}{\omega_0}$ ),

entstehen nicht nur Amplituden-, sondern auch Phasenfehler.

Das gleiche gilt für die Weiche mit 18 dB Spannungsabfall/Oktave

$$\frac{U_i}{U_1} = \frac{1}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1}, \quad \frac{U_h}{U_1} = \frac{p_n^3}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1};$$

$$\text{also } \frac{U_i + U_h}{U_1} = \frac{p_n^3 + 1}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1} \neq 1.$$

Zusammengefaßt heißt das: Die Dimensionierung der elektrischen Weiche auf 6 dB Spannungsabfall/Oktave hat den Vorteil, daß in ihr weder Amplituden- noch Phasenfehler entstehen, daß aber die Lautsprecher auf einen sehr breiten Übertragungsbereich ausgelegt werden müssen. Umgekehrt erleichtert eine Bemessung auf 12 dB oder 18 dB Spannungsabfall/Oktave den Lautsprecherbau, es müssen aber Amplituden- und Phasenfehler in Kauf genommen werden [2].

### 3.2 Einfluß von Phasenfehlern

auf die Signalsumme  $U_i + U_h$ .

Am deutlichsten wird der Einfluß sichtbar, wenn eine rechteckförmige Spannung übertragen wird, denn ein solcher Impuls setzt sich aus vielen Frequenzen zusammen. Sie dürfen auf dem Übertragungsweg nicht gegeneinander in der Phase verschoben werden, da dann die Summierung der Amplituden der Teilfrequenzen nicht mehr die Original-Impulsform ergibt<sup>2)</sup>. Eine Phasenverschiebung der einzelnen Frequenzanteile bedeutet eine Verzerrung der Signalform (Bild 9). Man kann das auch in folgender Weise ausdrücken. Haben nach Bild 10 die beiden Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  zu einem gegebenen Zeitpunkt eine bestimmte Phasenlage  $\varphi$  zueinander, so muß diese auch nach Durchlaufen der Weiche wieder vorhanden sein. Die Phasenlaufzeit  $t_{ph}$  muß bei beiden Frequenzen gleich sein, das wird erfüllt, wenn die

Beziehung gilt:  $t_{ph} \neq \frac{\varphi}{\omega}$ . Andernfalls tritt die in Bild 9 b gezeigte Verzerrung der Kurvenform ein [2,6].

(Fortsetzung folgt)

<sup>2)</sup> EAB Bd. 7, Mth 31, Abschn. B; EAB Bd. 9, Mv 71, Abschn. 1.

<sup>3)</sup> EAB Bd. 3, Vs 02, Abschn. 2.

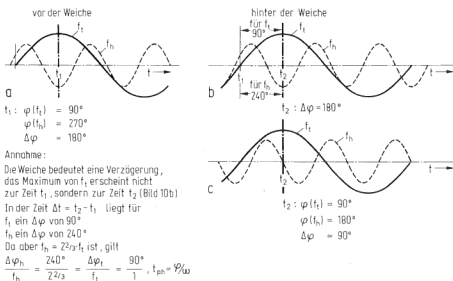


Bild 10. Erläuterung der Beziehung  $t_{ph} = q/\omega$ , z. B.  $f_1 = 600$  Hz,  $f_2 = 1600$  Hz  
 a) Lage der beiden Spannungsverläufe am Weicheingang. Zur Zeit  $t_1$  fällt das pos. Maximum von  $f_1$  mit dem neg. Maximum von  $f_2$  zusammen. b) Lage der beiden Spannungsverläufe hinter der Weiche. In diesem Fall ist  $t_{ph} = q/\omega$  angenommen. Es tritt keine Verschiebung der beiden Verläufe auf. Zur Zeit  $t_2$  decken sich wieder: pos. Max. von  $f_1$  und neg. Max. von  $f_2$  (wie b), aber die Bedingung für  $t_{ph}$  wird nicht erfüllt. Die Summierung der  $f_1$ - und  $f_2$ -Kurven unterscheidet sich von der in Bild 10a gezeigten

3.3 Maßnahmen, um Phasenfehler zu verhindern

Man kann aktive Netzwerke einsetzen und mit ihrer Hilfe die Phasenfehler auskorrigieren. Man kann aber auch eine zusätzliche Kombination, bestehend aus einem Lautsprecher (filler driver) und einem Filter einführen (Bild 11) [2]. Sie muß so dimensioniert sein, daß ihre Übertragungsscharakteristik die Werte des Differenzgliedes D erfüllt.

Bild 12 bringt die Kurven für den Amplitudenverlauf über der Frequenz für die drei Filter. Für das Tiefpaß- und das Hochpaßfilter sind Glieder mit 12 dB Spannungsabfall/Oktave gewählt. Das Filter für den zusätzlichen Lautsprecher (Mittelbereich) ist von erster Ordnung, hat also einen Spannungsabfall von 6 dB/Oktave und bei einer Dämpfung von 3 dB eine Bandbreite von zwei Oktaven. Die Bilder 12a und b zeigen nun, daß mit einer solchen Dreierkombination die aufgestellte Bedingung, „die Summe der drei komplexen Wechselausgangsspannungen soll nach Betrag und Phase gleich der Eingangsspannung sein“, erfüllt wird.

Allerdings wird von dieser Kombination die Forderung nach konstantem Eingangswiderstand (Tabelle 1) und konstanter Summe der Ausgangsleistungen (Bild 12a) nicht erfüllt. Hier ist untersucht worden, wie die Dimensionierung vorzunehmen ist, um die Schwankungen des Weichen-Eingangswiderstandes  $Z_i$  in tragbaren Grenzen zu halten.

Ersetzt man in den Gleichungen für den Frequenzgang in Bild 11  $\sqrt{2}$  durch den allgemeinen Wert a, dann erhält man für den Widerstand an den Klemmen 1, 2

$$Z_i = R \cdot \frac{p_n^2 + a \cdot p_n + 1}{p_n^2 + (\frac{2}{a} + a \cdot \frac{R}{R_m}) p_n + 1}$$

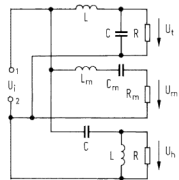


Bild 12. Elektrische Weiche mit 12 dB Spannungsabfall/Oktave für den Hochton- und Tiefton-Lautsprecher, kombiniert (nach Bild 11) mit einer Mittenkombination.

Kurve 1:  $\frac{|U_i|}{|U_i|}$ ; Kurve 2:  $\frac{|U_m|}{|U_i|}$ ; Kurve 3:  $\frac{|U_s|}{|U_i|}$ ;  $|U_i| = 1$

$$L = \frac{\sqrt{2} \cdot R}{\omega_0}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \omega_0}$$

$$L_m = \frac{R_m}{\sqrt{2} \cdot \omega_0}, \quad C_m = \frac{\sqrt{2}}{R_m \cdot \omega_0}$$

$$\frac{U_i}{U_i} = \frac{1}{p_n^2 + \sqrt{2} p_n + 1}$$

$$\frac{U_h}{U_i} = \frac{p_n^2}{p_n^2 + \sqrt{2} p_n + 1}$$

$$\frac{U_m}{U_i} = \frac{\sqrt{2} \cdot p_n}{p_n^2 + \sqrt{2} p_n + 1}$$

Bild 11. Vermeidung von Phasenfehlern durch Hinzufügen einer für den Mittelbereich ausgelegten Kombination ( $R_m, L_m, C_m$ )

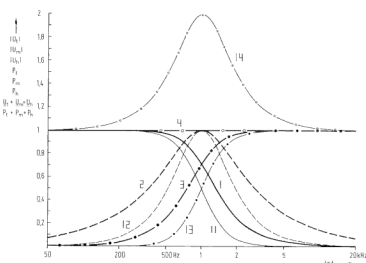
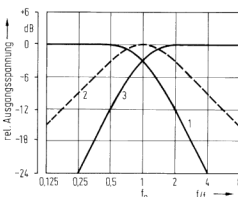
Bild 12a. Frequenzabhängigkeit der Spannungen und Leistungen für die Schaltung Bild 11 mit  $|U_i| = 1 \text{ V}, L = 1,125 \text{ mH}, C = 22,5 \mu\text{F}, L_m = 0,563 \text{ mH}, C_m = 45 \mu\text{F}, R = R_m = 5 \Omega$

Kurve 1:  $|U_i|$   
 Kurve 2:  $|U_m|$   
 Kurve 3:  $|U_s|$   
 Kurve 4:  $U_i + U_s + U_m$  die Summe ist konstant, im Gegensatz zu Kurve 4 in Bild 8a  
 Kurve 11:  $P_e$  normiert auf den Wert 1  
 Kurve 12:  $P_m$  normiert auf den Wert 1  
 Kurve 13:  $P_s$  normiert auf den Wert 1  
 Kurve 14:  $P_{ges} = P_i + P_m + P_s$  normiert auf den Wert 1 (Rechnerkurven)

Läßt man  $Z_i$  in den Grenzen  $R$  und  $k \cdot R$  schwanken, dann kann bei gegebenem  $k$  a aus  $k = \frac{a}{\frac{2}{a} + a \cdot \frac{R}{R_m}}$  bei gegebenem  $k$  a aus  $a = \sqrt{\frac{2k}{1 - R \cdot k}} \cdot R_m$

bestimmt werden. Daraus folgt: Setzt man für a den Wert  $\sqrt{2}$  (wie in Bild 5a) ein, so erhält man  $k = 1/2$  (mit  $R = R_m$ ) und  $k = 2/3$  (mit  $R = 1/2 R_m$ ) [2].

Tabelle 1. Frequenzabhängigkeit des Eingangswiderstandes $R_e$ für die Schaltung nach Bild 11 mit $R_m = R = 5 \Omega$			Tabelle 2. Frequenzabhängigkeit des Eingangswiderstandes $R_e$ für die Schaltung nach Bild 11, aber mit $R_m = 2R = 10 \Omega$		
f (Hz)	$R_e$ (Realteil) $\Omega$	$R_e$ (Imag.-Teil) $\Omega$	f (Hz)	$R_e$ (Realteil) $\Omega$	$R_e$ (Imag.-Teil) $\Omega$
50	4,95	-0,35	50	4,98	-0,18
106	4,79	-0,69	106	4,92	-0,36
224	4,23	-1,15	224	4,67	-0,67
473	3,13	-1,09	473	3,96	-0,81
741	2,61	-0,51	741	3,46	-0,44
1000	2,50	0	1000	3,33	0
1454	2,67	0,63	1454	3,53	0,53
2115	3,13	1,09	2115	3,96	0,81
4472	4,23	1,15	4472	4,67	0,67
9457	4,79	0,69	9457	4,92	0,36
20 000	4,95	0,35	20 000	4,98	0,18



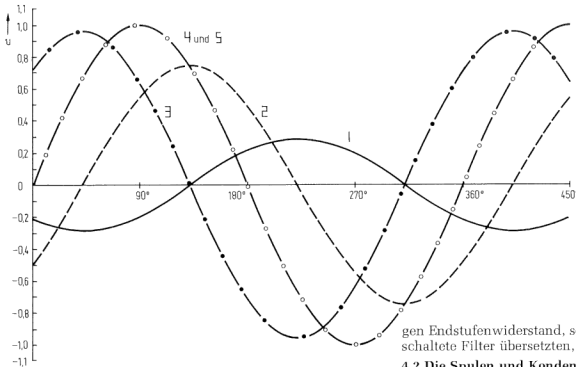


Bild 12b. Verlauf der Spannungen am Eingang und am Ausgang der Weiche in der Schaltung von Bild 11 für eine Frequenz von 1821 Hz.  
 Kurve 1 :  $u_1$   
 Kurve 2 :  $u_m$   
 Kurve 3 :  $u_h$   
 Kurve 4 :  $u_i$   
 Kurve 5 :  $u_1 + u_m + u_h$   
 Die Kurvenzüge 4 und 5 decken sich exakt, wie verlangt (Rechnerkurven)

Bild 13 zeigt das Ergebnis eines Kompromisses zwischen den verschiedenen Forderungen. Gewählt wurde  $R_m = 2 R$ . Die Leistungsschwankung geht von 1 : 2 auf 1 : 1,5 zurück, entsprechend nimmt die Schwankung von  $Z_i$  ab (Tab. 2), dafür aber ist der Betrag der Summe der Ausgangsspannungen nicht mehr völlig frequenzkonstant, er schwankt zwischen 1 und etwa 0,8.

#### 4 Zusätzliche Probleme, die beim Einbau passiver Weichen auftreten

##### 4.1 Bedämpfung der Lautsprecherresonanzen

Bei Aufkommen der übertragerlosen Endstufen wurde es als besonderer Vorteil angesehen, daß die Lautsprecherresonanzen durch den niedrigen Innenwiderstand der Endstufe ausreichend bedämpft wurden. Dieser Vorteil geht bei dem Arbeiten mit elektrischen Weichen z. T. verloren, nämlich dann, wenn die Lautsprecherresonanz nicht im vollen Durchlaßbereich der Weiche, sondern auf dessen Flanke liegt. In diesem Fall sieht der Lautsprecher nicht den niedri-

gen Endstufenwiderstand, sondern einen durch das vorgeschaltete Filter übersetzten, höheren Widerstand [3].

##### 4.2 Die Spulen und Kondensatoren

Je nach Lage der Überkreuzungsfrequenz und des Lautsprecherwiderstandes werden relativ große Werte für die Induktivitäten und Kapazitäten verlangt. Die Berechnungsformeln dafür sind in den Bildern 3, 5 und 7 angegeben.

Die L-Werte steigen mit dem Lautsprecherwiderstand und sind zur Überkreuzungsfrequenz umgekehrt proportional. Die C-Werte fallen mit dem Lautsprecherwiderstand und mit der Frequenz.

Die Kapazitäten können Werte bis etwa 100  $\mu F$  erreichen. Bei Verwendung von Elektrolytkondensatoren muß man beachten, daß diese nie mit umgekehrter Polung betrieben werden dürfen. Bei Wechselstrombetrieb muß man entweder Kondensatoren in Serie (mit entgegengesetzter Polung) schalten, oder ungepolte verwenden. Da außerdem deren Fertigungstoleranz in den Sollwerten relativ groß ist, bevorzugt man MP-Kondensatoren.

Für die Induktivitäten sind Werte bis etwa 10 mH notwendig. Man bevorzugt Luftpulen, um Eisenverzerrungen zu vermeiden, oder benützt sehr große Ferritpulen mit Luftpalt. Allerdings benötigen Luftpulen sehr viel Kupfer, die Drahtstärke liegt bei etwa 1 mm, denn der Gleichstromwiderstand muß klein gegen den Lautsprecherwiderstand sein, um Leistungsverluste zu vermeiden. Außerdem muß ein Übersprechen von einer Spule auf die andere verhindert werden.

Aus den in 4.1 und 4.2 genannten Gründen steigt das Interesse am Einbau aktiver Weichen [3].

##### 4.3 Aktive Weichen

Sie werden nach Bild 14 geschaltet, also vor den Endstufen eingebaut. Man benötigt für jeden Lautsprecher eine Endstufe. Die Vorteile sind:

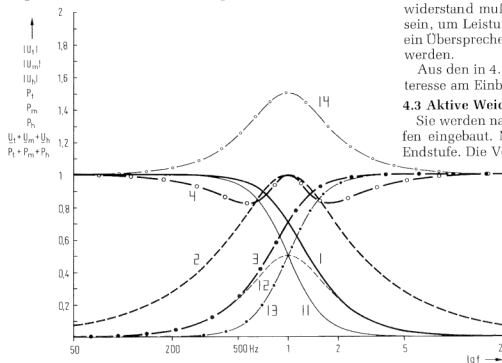


Bild 13. Frequenzabhängigkeit der Spannungen und Leistungen für die Schaltung von Bild 11. Der Unterschied zu Bild 12a besteht nur darin, daß für Bild 12a  $R_m = R = 5 \Omega$ , für Bild 13 dagegen  $R_m = 2R = 10 \Omega$  gewählt wurde. Die von der Mittelmittelkombination aufgenommene Leistung ist also kleiner. Deshalb reduziert sich der Frequenzgang der Gesamtleistung auf 1 : 1,5. Dagegen bleibt die Kurve 4 ( $U_1 + U_m + U_h$ ) nicht völlig konstant. Die Kurvenbezeichnungen sind identisch mit denen von Bild 12a

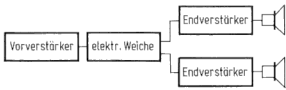


Bild 14. Blockschaltbild für eine aktive Weiche

Es brauchen in diesen aktiven Weichen nur sehr geringe Leistungen verarbeitet zu werden. Der Lautsprecher liegt immer am niedrigen Ausgangswiderstand der Endstufe, d.h. zum Beispiel gutes Einschwingverhalten auch an den Grenzen des Lautsprecher-Frequenzbereichs. Die Weichen können aus RC-Gliedern aufgebaut werden. Auch können hiermit Filter unterschiedlich hoher Ordnungszahl (= Selektion) aufgebaut werden.

**5 Frequenzweichen für die Kombination von drei und vier Lautsprechern**

Wie schon erwähnt, wird die Dimensionierung von Lautsprechern erleichtert, wenn man den Arbeitsbereich eines jeden Lautsprechers verkleinert. Deshalb werden in vielen Anlagen drei oder vier Lautsprecher eingesetzt und damit der gesamte Übertragungsbereich stark unterteilt. Der Sinn der Maßnahme liegt darin, die nichtlinearen und linearen Übertragungsfehler klein zu halten und besonders bei einer Vierer-Gruppe die Leistungsschwankungen über der Frequenz einzueugen.

Die Bilder 15 und 16 zeigen je ein Ausführungsbeispiel für eine Dreier- und eine Vierer-Kombination. Dafür wird folgende Dimensionierung empfohlen [8]:

- Dreier-Gruppe:** Frequenzbereiche: 30...700 Hz, 700...5000 Hz, 5000...16 000 Hz; Lautsprecher 4 Ω.
- C 1 220 µF, 63 V, Elko, bipolar
  - C 2 10 µF, 40 V, Lautsprecher-Elko
  - C 3 6,8 µF, 100 V, MKH-Schichtkondensator
  - D 1 0,75 mH, <1 Ω, Siferrit-Rollenkern, 28 ∅ x 21 mm, 81 Wdg., 0,7 mm CuL.
- Der Vorteil der Ferritspule gegenüber einer Luftspule liegt in der wesentlichen Kupferersparnis (etwa 80 %).
- D 2 0,5 mH, <1 Ω, Siferrit-Rollenkern, 28 ∅ x 21 mm, 75 Wdg., 0,6 mm CuL.
  - D 3 0,3 mH, <0,5 Ω, 140 Wdg., 0,45 mm CuL.
- Sie schließt den Hochtöner für die Frequenzen kurz, in denen seine untere Massensresonanz liegt.
- D 4 1,2 mH, <1 Ω, 270 Wdg., 0,38 mm CuL.
- Sie reduziert die Frequenzanteile, die die Massensresonanz des Mitteltöners anregen können.
- R 1 1,2 Ω
  - R 2 3,9 Ω

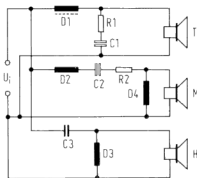


Bild 15. Ausführungsbeispiel einer Weiche für eine Gruppe von drei Lautsprechern [8]

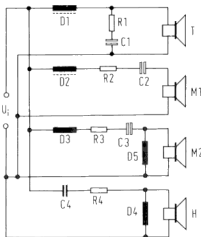


Bild 17. Aufbau einer Lautsprechergruppe unter dem Gesichtspunkt, die Laufwege für den Schall zwischen Lautsprecher und Ohr möglichst gleich zu machen [2]

◀ Bild 16. Ausführungsbeispiel einer Weiche für eine Gruppe von vier Lautsprechern [8]

R2 dient zur Dämpfung des Serienkreises, um gutes Einschwingverhalten zu erzielen.

- Vierer-Gruppe:** Frequenzbereiche: 30...300 Hz, 300...1500 Hz, 1500...6000 Hz, 6000...15 000 Hz; Lautsprecher 4 Ω.
- C 1 68 µF, 63 V, Lautsprecher-Elko
  - C 2 22 µF, 63 V, Lautsprecher-Elko
  - C 3 10 µF, 63 V, Lautsprecher-Elko
  - C 4 6,8 µF, 63 V, MKL-Kondensator
  - D 1 3 mH, <1 Ω, Siferrit-Rollenkern, 35 ∅ x 25 mm, 153 Wdg., 0,9 mm CuL.
  - D 2 1,5 mH, <1 Ω, Siferrit-Rollenkern, 35 ∅ x 25 mm, 140 Wdg., 0,9 mm CuL.
  - D 3 300 µH, <0,5 Ω, 140 Wdg., 0,45 mm CuL.
  - D 4 150 µH, <1 Ω, 115 Wdg., 0,38 mm CuL.
  - D 5 600 µH, <1 Ω, 190 Wdg., 0,45 mm CuL.
- D 4 und D 5 sollen die Membramassensresonanzen der Mittel- und Hochtöner hinreichend absenken.
- R 1 1,2 Ω
  - R 2 2,7 Ω
  - R 3 1 Ω
  - R 4 1 Ω

**6 Die Hörbarkeit von Phasenfehlern**

In Abschn. 3 wurde gezeigt, daß durch elektrische Weichen Phasenfehler hervorgerufen werden können. Es wurde auch eine Möglichkeit angegeben, sie zu beseitigen. Die grundsätzliche Frage ist nun: „Sind Phasenfehler hörbar?“ Darüber gibt es unterschiedliche Auffassungen. Das liegt z. B. daran, daß allgemeingültige Meßbedingungen schwer oder gar nicht festzulegen sind.

- Werden die Urteile von Testpersonen über einen Hörversuch ausgewertet, so muß man dabei berücksichtigen, daß das vom Ohr aufgenommene Tongemisch durch das Gehirn zu einem Klangbild geformt oder auch verformt wird. Es ist ja bekannt, daß durch die Einstellung der Testperson zur übertragenen Musik mitunter etwas aus der Darbietung herausgehört wird, was nicht in ihr enthalten ist. Das Urteil der Testperson ist also von deren Einfühlungsvermögen in die Musik, von dem subjektiv im Gehirn erzeugten Klangbild abhängig.
- Man muß berücksichtigen, daß das Klangbild durch den Raum und seine Ausstattung, durch den Abstand zwischen Lautsprecher und Ohr beeinflußt wird. Der Schall wird an den Wänden oder an Gegenständen reflektiert (Nachhall). Bei Lautsprecherkombinationen kann der Laufweg von den einzelnen Lautsprechern zum Ohr unterschiedlich groß sein, so daß Phasenfehler auftreten. Es ist deshalb z. B. vorgeschlagen worden [2], die Lautsprecher wie in Bild 17 gezeigt anzuordnen, um – unter bestimmten Voraussetzungen – die Laufwege gleichzumachen, also Phasenfehler zu vermeiden. Bei 200 Hz beträgt die Wellenlänge etwa 1,6 m, bei 2000 Hz etwa 16 cm<sup>2</sup>).

● Hinzu kommt, daß, wie sich mitunter Fachleute äußern, der Lautsprecher selbst das schwächste Glied der Tonübertragungskette ist. Seine Impedanz ist nicht, wie in den Abschn. 1, 2 und 3 vorausgesetzt, im gesamten Übertragungsbereich konstant und reell. Das ist ja auch der Grund, weshalb Weichen mit kleinem Überlappungsbereich bevorzugt werden; je größer der Arbeitsbereich eines Lautsprechers ist, um so schwieriger ist die Aufgabe, ihn dem Ideal anzunähern.

● Natürlich ist nachgewiesen, daß „ein frequenzabhängiger Phasenverlauf eines Übertragungssystems sehr wohl wahrnehmbar ist“<sup>6)</sup>. Oder, wird die Gleichung von Abschn. 3.2 bzw. Bild 10 nicht eingehalten, „ist der Phasengang der Übertragungsstrecke über eine Änderung des Spektrums des inneren Ores wahrnehmbar“<sup>6)</sup>. Allerdings wird in [7] aber auch darauf hingewiesen, daß erhebliche Phasenverschiebungen vorliegen müssen, ehe der Fehler hörbar wird.

## 7 Anhang

1. Ableitung der Gleichungen zu Bild 3a und b. Aus Bild 3a ist abzulesen:

$$\frac{U_i}{U_1} = \frac{R}{p \cdot L1 + R} = \frac{1}{p \cdot L1/R + 1} \quad \text{mit } p = j\omega, p_n = \frac{j\omega}{\omega_0}$$

Setzt man voraus, daß das Filter eine Butterworth-Charakteristik haben soll, d.h., daß die Frequenzkurve möglichst lange horizontal verläuft und erst kurz vor der Überkreuzungsfrequenz scharf abfällt, so muß, nach [1], der Ausdruck

$$U_i/U_1 \text{ die Form } \frac{1}{p_n + 1} \text{ annehmen.}$$

Aus dem Koeffizientenvergleich:  $\frac{1}{p \cdot L1/R + 1} = \frac{1}{p_n + 1}$

$$\text{folgt dann: } \frac{L1}{R} = \frac{1}{\omega_0}$$

Für den Hochpaß kann die Übertragungsfunktion in gleicher Art wie beim Tiefpaß berechnet werden. Man kann aber auch bei Übergang von einem Tiefpaß zum analogen Hochpaß  $\omega_0$  durch  $1/\omega_0$  bzw.  $p_n$  durch  $1/p_n$  ersetzen [1].

$$\text{Dann erhält man } \frac{U_h}{U_1} = \frac{1}{1/p_n + 1} = \frac{p_n}{p_n + 1}$$

2. Ableitung der Gleichungen zu Bild 5a. Dem Bild 5a ist zu entnehmen

$$\frac{U_i}{U_1} = \frac{\frac{1}{pC2} \cdot R}{\frac{1}{pC2} \cdot R + pL2} = \frac{R \cdot \frac{1}{pC2}}{R \cdot \frac{1}{pC2} + pL2 \left( \frac{1}{pC2} + R \right)}$$

$$= \frac{1}{p^2 C2 \cdot L2 + pL2/R + 1}$$

Dieser Ausdruck muß – nach Butterworth-Bedingungen [1] – die Form annehmen:  $\frac{1}{p_n^2 + \sqrt{2} p_n + 1}$

Aus dem Koeffizientenvergleich folgt:

$$\left. \begin{aligned} C2 \cdot L2 &= \frac{1}{\omega_0^2} & L2 &= \frac{\sqrt{2} \cdot R}{\omega_0} \\ \frac{L2}{R} &= \frac{\sqrt{2}}{\omega_0} & C2 &= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \omega_0} \end{aligned} \right\}$$

3. Ableitung der Gleichungen zu Bild 5b. In diesem Fall ist zunächst  $\frac{U_1'}{U_1}$ , dann  $\frac{U_2}{U_1}$  und schließlich  $\frac{U_3}{U_1} \cdot \frac{U_4}{U_1}$  zu bil-

<sup>6)</sup> Da die Flächenausdehnung der Lautsprecher in dieser Größenordnung liegt, ist das Interferenzbild verwaschen.

<sup>7)</sup> Die beiden Zitate stammen aus [7].

den. So erklärt sich das Entstehen der folgenden Ausgangsgleichung für  $\frac{U_1}{U_1}$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{U_1'} &= \frac{\frac{1}{pC3} \cdot (pL3 + R)}{\frac{1}{pC3} + pL3 + R} \cdot \frac{R}{R + pL3} \\ &= \frac{\frac{1}{pC3} \cdot (pL3 + R)}{\frac{1}{pC3} + pL3 + R} + \frac{pL3 \cdot (\frac{1}{pC3} + R)}{pL3 + \frac{1}{pC3} + R} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{pC3} (pL3 + R) + pL3 (\frac{1}{pC3} + R)} \\ &= \frac{1}{p^2 C3 \cdot L3 + 2p \cdot L3/R + 1} \end{aligned}$$

Aus dem Koeffizientenvergleich folgt:

$$\left. \begin{aligned} C3 \cdot L3 &= \frac{1}{\omega_0^2} & L3 &= \frac{R}{\sqrt{2} \cdot \omega_0} \\ \frac{2 \cdot L3}{R} &= \frac{\sqrt{2}}{\omega_0} & C3 &= \frac{\sqrt{2}}{R \cdot \omega_0} \end{aligned} \right\}$$

4. Ableitung der Gleichungen zu Bild 7a. Auch hier ist wieder wie in Fall 3 (Bild 5b) zu verfahren, und dann lautet die Ausgangsgleichung für  $\frac{U_1}{U_1}$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{U_1'} &= \frac{\frac{1}{pC4} \cdot (pL5 + R)}{\frac{1}{pC4} + pL5 + R} \cdot \frac{R}{R + pL5} \\ &= \frac{\frac{1}{pC4} \cdot (pL5 + R)}{\frac{1}{pC4} + pL5 + R} + pL4 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{pC4} \cdot (pL5 + R) + pL4 (\frac{1}{pC4} + pL5 + R)} \\ &= \frac{1}{p^3 C4 \cdot L4 \cdot L5 + \frac{1}{R} \cdot p^2 C4 L4 + p \cdot \frac{1}{R} (L4 + L5) + 1} \end{aligned}$$

Für einen Butterworth-Tiefpaß 3. Ordnung muß nun gelten:  $\frac{U_1}{U_1} = \frac{1}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1}$

Aus dem Koeffizientenvergleich lassen sich die drei Blindglieder berechnen:

$$\left. \begin{aligned} C4 \cdot L4 \cdot L5 \cdot \frac{1}{R} &= \frac{1}{\omega_0^3} & C4 &= \frac{4}{3R \cdot \omega_0} \\ C4 \cdot L4 &= \frac{2}{\omega_0^2} & L4 &= \frac{3R}{2 \omega_0} \\ \frac{L4 + L5}{R} &= \frac{2}{\omega_0} & L5 &= \frac{R}{2 \omega_0} \end{aligned} \right\}$$

## Literatur

- [1] Tietze, U. und Schenk, Ch.: Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer-Verlag, Berlin.
- [2] Baekgaard, E. und Pramank, S.K.: The Design of the Beovox UNI-PHASE Loudspeaker Systems. Bang und Olufsen A.S. 1975.
- [3] Klinger, H.H.: Lautsprecher und Lautsprechergehäuse für Hi-Fi. Franzis-Verlag, München; RPB 105.
- [4] Graf, R.F.: Electronic Design Data Book. Van Nostrand Reinhold Co. London SW 1.
- [5] Schleenbecker, E.: Einfluß der Frequenzweichen von Lautsprecherkombinationen auf den Spitzenstrom von NF-Leistungstransistoren. FUNK-Technik 1972, H. 21, S. 785.
- [6] Pramank, S.K.: Crossover networks and phase response. Wireless World 1975, Nov., S. 529.
- [7] Glaab, A. Dr.: Der Einfluß des Phasengangs auf die Übertragung von Musik und Sprache durch Lautsprecher. FUNKSCHAU 1978, H. 2, S. 65.
- [8] Drei- und Vierwege-Frequenzweichen für Hi-Fi-Lautsprecher. Siemens-Schaltspele, Ausgabe 1977/78; Siemens AG, Bereich Bauelemente, München 80.



# Berichtigung

Funktechnische Arbeitsblätter Ea 72, Blatt 2.

FUNKSCHAU 1978, Heft 20, Seite 971 und 972

Hier sind u. a. beim Formelsatz einige Druckfehler zu berichtigen.

In der Bildunterschrift zu Bild 8a, auf S. 971, rechte Spalte, muß es statt Kurve 2 richtig heißen Kurve 3.

Auf S. 972, linke Spalte, muß es in der Formel in Zeile 8 richtig heißen  $\neq 1$ , also ungleich 1.

In der rechten Spalte, S. 972, 3. Zeile, müssen die Formeln getrennt werden, also kein durchlaufender Bruchstrich; und außerdem ist der Zähler von  $U_n$  in  $U_h$  zu ändern, das gilt auch für die nächste Zeile. Richtig müssen die Formeln also lauten:

$$\frac{U_t}{U_i} = \frac{1}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1};$$

$$\frac{U_h}{U_i} = \frac{p_n^3}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1}$$

$$\text{also } \frac{U_t + U_h}{U_i} = \frac{p_n^3 + 1}{p_n^3 + 2p_n^2 + 2p_n + 1} \neq 1.$$

Schließlich fehlt auf S. 972, rechte Spalte, in der vorletzten Zeile ein Gleichheitszeichen, richtig muß die Beziehung heißen:

$$t_{ph} = \frac{\varphi}{\omega}.$$