Funktechnische Arbeitsblätter DK 621.372.41:518.4

Frequenzänderung absolut und prozentual

Sk 03

2 Blätter

A. Ermittlung von Bandbreite, Dämpfung, Frequenzabstand und Frequenzänderung

Das auf Blatt 2 folgende Diagramm erlaubt die direkte Ablesung der Lösung folgender Aufgaben:

1) Wie groß ist die Bandbreite $\Delta f_{0,7}$ eines Kreises bei gegebener Dämpfung d und für die Resonanzfrequenz f_0?

Beispiel: Kreisdämpfung d = 0,8%, Resonanzfrequenz f_0 = 480 kHz, Ablesung auf der linken, inneren Skala A: Bandbreite = 3,85 kHz.

2) Wie groß ist die Dämpfung d eines Kreises bei bekannter Bandbreite $\Delta f_{0,7}$ und für die Resonanzfrequenz f_0?

Beispiel: Gemessene Bandbreite 80 kHz, Resonanzfrequenz 10,7 MHz, Ablesung nach Skala B: Dämpfung = 0,75%.

3) Wie groß ist der absolute Frequenzabstand Δf bei bekanntem relativem Frequenzabstand $\Delta f/f_0$ und gegebener Trägerfrequenz f_0?

Beispiel: Relativer Frequenzabstand 3%, Resonanzfrequenz 1,6 MHz. Ablesung nach Skala A: absoluter Frequenzabstand 48 kHz.

4) Wie groß ist der relative Frequenzabstand $\Delta f/f_0$ bei bekanntem absolutem Frequenzabstand Δf und gegebener Resonanzfrequenz f_0?

Beispiel: Absoluter Frequenzabstand 9 kHz, Resonanzfrequenz 600 kHz. Ablesung nach Skala A: relativer Frequenzabstand 1,5%.

5) Wie groß ist die absolute Frequenzänderung Δf bei gegebener prozentualer Kapazitäts- (oder Induktivitäts-) -Änderung $\Delta C/C_o$ eines Resonanzkreises und gegebener Resonanzfrequenz f_0?

Beispiel: Kapazitätsänderung im Schwingkreis durch Röhrenwechsel maximal 1,2%. Resonanzfrequenz 30 MHz. Ablesung auf Skala A, rechter Rand (!). Auftretende maximale Frequenzabweichung: 18 kHz.

6) Wie groß ist die prozentuale Kapazitäts- (oder Induktivitäts-)-Änderung $\Delta C/C_0$ oder $\Delta L/L_0$ bei vorgegebener absoluter Frequenzabweichung Δf und bekannter Resonanzfrequenz f_0?

Beispiel: Zulässige Frequenzänderung 12 kHz bei 90 MHz. Prozentuale Änderung der Induktivität nach Skala B, rechter Rand (!): 0,27 % zulässig.

Diese Änderung kann z. B. durch den Temperaturkoeffizienten (siehe FTA, Sk 11) bei Erwärmung der Spule hervorgerufen sein. Bei einer angenommenen Temperaturerhöhung von 20^0 C darf der TK also maximal betragen: $\frac{0,27 \cdot 10^{-3}}{20} = 13,5 \cdot 10^{-6}$

B. Erweiterung der Bereiche des Diagrammes

1) Erweiterung des Resonanzfrequenzbereiches

Werden die Abszissenwerte mit einem Faktor F multipliziert oder dividiert, so müssen die Ordinatenwerte mit dem gleichen Faktor multipliziert oder dividiert werden.

Beispiel: Erweiterung bis herunter zur Resonanzfrequenz 10kHz.

Abszisse: Die Werte für die Resonanzfrequenz werden auf Skala B durch 1000 dividiert, d. h. an Stelle der Bezeichnung „MHz" tritt die Bezeichnung „kHz".

Ordinate: Auf Skala B werden die Werte für die absolute Frequenzabweichung ebenfalls durch 1000 dividiert, d. h. an Stelle der Bezeichnung „kHz" tritt „Hz" und an Stelle von „MHz" tritt „kHz".

Ablesebeispiel: Gesucht Bandbreite bei einer gegebenen Dämpfung von 5% und einer Resonanzfrequenz von 30 kHz. Nach der angegebenen Vorschrift ergibt sich auf Skala B eine Bandbreite von 1,5 kHz.

2) Erweiterung des Prozentbereiches

a) Resonanzfrequenz gegeben.
Wird die Prozentzahl mit dem Faktor k multipliziert oder dividiert, so sind die Werte der absoluten Frequenzabweichung mit dem gleichen Faktor k zu multiplizieren oder dividieren.

b) Absolute Frequenzabweichung gegeben.
Wird die Prozentzahl mit dem Faktor K multipliziert, so ist die Resonanzfrequenz durch den Faktor K zu dividieren. Wird die Prozentzahl dividiert, so ist die Resonanzfrequenz zu multiplizieren.

Beispiel zu 2a: Resonanzfrequenz 400 MHz, relative Frequenzänderung $3 \cdot 10^{-5}$ (0,03 $^0/_{00}$). Wir benutzen die vorhandene Linie 0,3 $^0/_{00}$ und dividieren Prozentzahl und abgelesene absolute Frequenzänderung durch 10. Ergebnis: 12 kHz.

3) Zwischenwerte zwischen den eingezeichneten Prozentzahlen erhält man leicht, indem man ein (zweckmäßig durchsichtiges) Lineal parallel zu den eingezeichneten Linien anlegt und entsprechend verschiebt. Die richtige Einstellung läßt sich am linken Rand ablesen.

C. Definition von Bandbreite, Dämpfung, Verstimmung usw.

1) Bandbreite $\Delta f_{0,7}$ (siehe auch Funktechnische Arbeitsblätter Sk 21, Blatt 2 und Sk 01, Blatt 1). Der in Sk 21, Blatt 2, Abschnitt C, Bild 6 mit Δf bezeichnete Frequenzbereich, der zwischen den Werten $1/\sqrt{2} \cdot U_{max}$ der Resonanzkurve eingeschlossen ist, heißt Bandbreite und wird hier mit $\Delta f_{0,7}$ bezeichnet.

Anmerkung 1: In manchen Veröffentlichungen wird die Bandbreite mit $2\Delta f$ bezeichnet. Δf ist in diesem Falle dann gleich dem Frequenzbereich, in dem die Spannung am Kreis vom Maximalwert auf den $1/\sqrt{2}$-fachen Maximalwert absinkt, also gleich der halben Bandbreite.

2) Dämpfung d (siehe Funktechnische Arbeitsblätter Sk 01, Blatt 1 und Sk 21).

Die Kreisdämpfung läßt sich aus der Bandbreite errechnen, ihr Zahlenwert ist gleich der auf die Resonanzfrequenz bezogenen Bandbreite

$$d = \frac{\Delta f_{0,7}}{f_0} \qquad \text{oder in \%:} \quad d_{(\%)} = \frac{\Delta f_{0,7}}{f_0} \cdot 100$$

Beispiel: Bandbreite 15 kHz, Resonanzfrequenz 3 MHz:

$$\text{Dämpfung } d = \frac{15}{3000} = 0{,}005 \quad \text{oder} \quad d = \frac{1500}{3000} = 0{,}5\ \%$$

siehe Diagramm, Skalen A.

3) Verstimmung v (s. Funktechnische Arbeitsblätter Sk 01 Blatt la, Sk 21 Blatt 2, Sk 41 Blatt 1)

Die genaue Formel für die Verstimmung lautet:

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \quad \text{oder} \quad v = \frac{f - f_0}{f_0} \cdot \frac{f + f_0}{f}$$

Die angenäherte Formel lautet:

$$v \approx 2\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \approx 2\frac{f - f_0}{f_0} \qquad \text{oder} \qquad v \approx \frac{2\Delta f}{f_0}$$

(siehe Sk 41/1, gültig für kleine Verstimmung, d. h. $f \sim f_0$).

Darin bedeuten: f_0 = Resonanzfrequenz,
f = eine beliebige, von der Resonanzfrequenz verschiedene Frequenz,
Δf = die Frequenzdifferenz (-abweichung) zwischen der beliebigen Frequenz und der Resonanzfrequenz ($f - f_0$).

(Achtung! Δf nicht mit der Bandbreite $\Delta f_{0,7}$ verwechseln!)

Die Verstimmung v ist also (angenähert) gleich der doppelten auf die Resonanzfrequenz bezogenen Frequenzabweichung.

4) Normierte Verstimmung Ω (siehe Funktechnische Arbeitsblätter Sk 41, Blatt 1).
Hierunter versteht man die auf die Kreisdämpfung d bezogene Verstimmung v:

$$\Omega = \frac{v}{d} = \frac{1}{d} \cdot \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \qquad \text{(genaue Formel)}$$

$$\text{oder} \qquad \Omega \approx \frac{2\Delta f}{d \cdot f_0} \quad \text{und mit } d = \frac{\Delta f_{0,7}}{f_0}: \qquad \Omega \approx \frac{2\Delta f}{\Delta f_{0,7}} \quad \text{(angenäherte Formeln)}$$

Aus dieser letzten Formel ist die Bedeutung der normierten Verstimmung für Selektionsbestimmungen usw. besonders klar ersichtlich: Eine beliebige Frequenzabweichung Δf wird ins Verhältnis gesetzt zu der Frequenzabweichung, für die die Resonanzkurve auf den $1/\sqrt{2}$-fachen Maximalwert abfällt.

Anmerkung 2: Für den in Anmerkung 1 erwähnten Fall, daß die Bandbreite mit $2\Delta f_{0,7}$ bezeichnet wird, lautet die Formel für die normierte Verstimmung

$$\Omega \approx \frac{2\Delta f}{2\Delta f_{0,7}} \approx \frac{\Delta f}{\Delta f_{0,7}}$$

Beispiele für die Rechnung mit der normierten Verstimmung siehe Funktechnische Arbeitsblätter Sk 41, Blatt 1.

5) Relative und absolute Frequenzänderung. Eine beliebige Frequenzabweichung von der Resonanzfrequenz soll hier nicht als „Verstimmung" bezeichnet werden, da diesem Begriff laut Abschnitt C 3 dieses Arbeitsblattes eine besondere Definition eigen ist. Sie ist in Text und Diagramm daher mit „Frequenzänderung" oder „Frequenzabweichung" bezeichnet worden. Die relative Frequenzänderung ist die auf die Resonanzfrequenz bezogene Frequenzänderung: $\Delta f/f_0$.

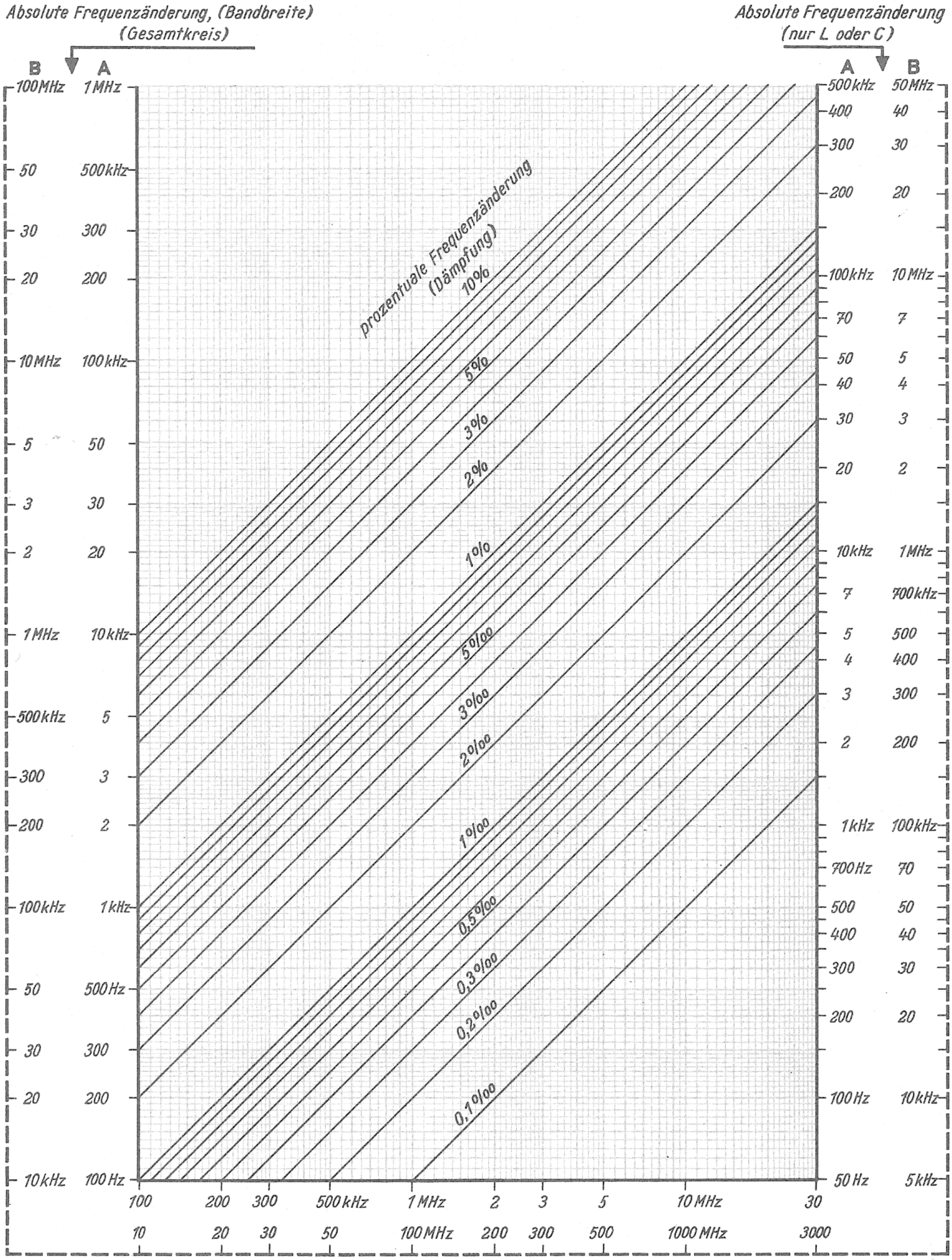
Der (angenäherte) Wert der Verstimmung (definiert nach C 3) ergibt sich daraus zu $2\Delta f/f_0$, er ist also doppelt so groß wie die relative Frequenzänderung.

Das ist bei Selektionsbestimmungen zu beachten!

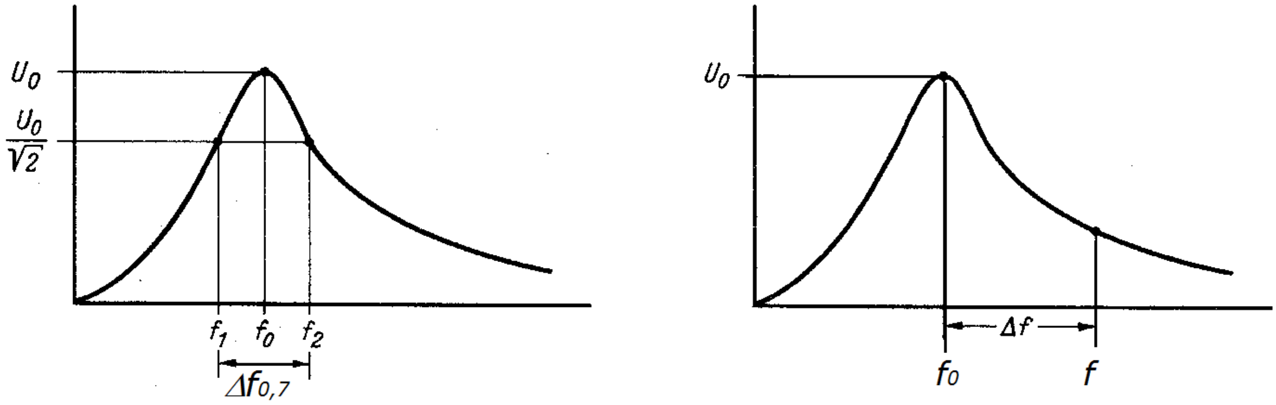
Beispiel: Die Selektion gegen einen um 9 kHz von der Empfangsfrequenz (950 kHz) entfernt liegenden Störsender ist zu bestimmen. Die Kreisdämpfung beträgt 0,8 %. Absolute Frequenzabweichung 9 kHz. Resonanzfrequenz 950 kHz. Nach dem Diagramm ergibt sich die relative Frequenzabweichung zu 0,95 %. Die Verstimmung v ist nach oben Gesagtem:

$v = 2 \cdot 0{,}95 = 1{,}9$ %. Dann ist die normierte Verstimmung $\Omega = v/d = 1{,}9/0{,}8 = 2{,}37$

Aus dem Verlauf der normierten Resonanzkurve für den Einzelkreis (Sk 41, Blatt 2, Bild 4) läßt sich die Selektion bestimmen.



Nomogramm zur Ermittlung von Dämpfung und Bandbreite aus der absoluten oder prozentualen Frequenzänderung



$\Delta f_{0,7}$ = *Bandbreite* $\Delta f_{0,7}/f_0$ =*Dämpfung*

Δf=Frequenzdifferenz Absolute Frequenzab-weichung	$f/f_0 - f_0/f = v$=*Verstimmung*
Δf/f0= relative Frequenzabweichung	$2\Delta f/f_0 \approx v$=*Verstimmung, Näherungsformel*

Normierte Verstimmung $\Omega = v/d \approx 2\Delta f/\Delta f_{0,7}$

Bild 1.Zur Definition von Bandbreite, Dämpfung, Verstimmung und normierter Verstimmung für die Resonanzkurve von Schwingkreisen

D. Kreisgüte Q (oder Resonanzschärfe ϱ)

Die Kreisgüte (oder Resonanzschärfe) ist der reziproke Wert der Dämpfung. Es ist $Q = 1/d$

Beispiel: Kreisdämpfung d = 0,5% = 0,005 $Q = 1/0{,}005 = 200$

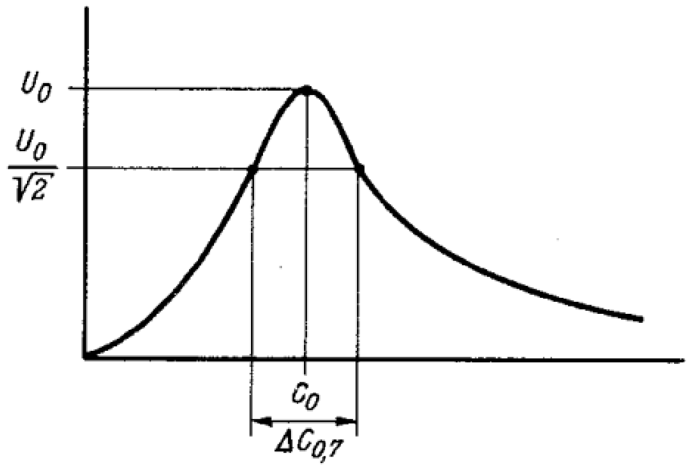


Bild 2. Dämpfungsbestimmung mit einem geeichten Drehkondensator

$$d = \frac{\Delta C_{0,7}}{2C_0}$$

E. Beziehung zwischen relativer Frequenzabweichung ($\Delta f/f_0$) und relativer Kapazitäts($\Delta C/C_0$) oder Induktivitätsänderung ($\Delta L/L_0$)

Die Skala am rechten Rand des Diagrammes beruht auf der Näherungsgleichung, daß sich bei einer relativen Änderung der Kapazität von $\pm\Delta C/C_0$ (oder der Induktivität von $\pm\Delta L/L_0$) die Frequenz annähernd um den Wert $-/+\Delta f/f_0$ ändert (Vorzeichenwechsel beachten!). Voraussetzung für die Gültigkeit der Formel ist, daß es sich um kleine Frequenzänderungen handelt. Die Näherungsformel leitet sich auf folgendem Wege her:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L * C}}; \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L * (C + \Delta C)}};$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L * C(1 + \frac{\Delta C}{C})}}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L * C}} * \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C}}}$$

$$\omega_1 = \omega_0 * \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C}}}$$

Der Ausdruck $\frac{1}{\sqrt{1 + \Delta C / C}}$ hat die Form $\frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{h}}}$ und kann durch eine Taylorsche Reihe

dargestellt werden: $\frac{1}{\sqrt{1+h}} = 1 - \frac{1}{2}h + \frac{1*3}{2*4}h^2 - \frac{1*3*5}{2*4*6}h^3 + \frac{1*3*5*7}{2*4*6*8}h^4 ....$

Wenn h (in unserem Falle $\Delta C/C_0$) so klein ist, daß h^2 und erst recht alle höheren Potenzen gegen h zu vernachlässigen sind, dann bleibt nur das erste Glied wirksam und wir erhalten:

$$\frac{1}{\sqrt{1+h}} \approx 1 - \frac{1}{2}h$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C}}} \approx 1 - \frac{1}{2} * \frac{\Delta C}{C_0} \qquad \omega_1 = \omega_0 - \omega_0 * \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C_0}$$

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_1 = -\omega_0 \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C_0}$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C_0}; \qquad \frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C_0}$$

Die oben abgeleitete Näherungsformel gilt gleichermaßen für kleine Änderungen der Induktivität, so daß man setzen kann:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L_0}; \qquad \frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L_0}$$

Ebenso beruht die Dämpfungsbestimmung mit geeichtem Drehkondensator bzw. Variometer auf der gleichen Näherungsformel. Es ist nämlich:

$$d = \frac{\Delta f_{0,7}}{f_0} \approx \frac{\Delta C_{0,7}}{2C_0} \, oder \, \frac{\Delta L_{0,7}}{2L_0}$$

Siehe *Bild* 2. Weitere Unterlagen über
Dämpfungsmessung siehe Funktechnische Arbeitsblätter Sk 21 - Blatt 2.
