Funktechnische Arbeitsblätter

DK 621.392.5.081

Mth 81

4 Blätter

Das Rechnen mit Netzwerken

1. Allgemeine Grundregeln

a) Überlagerungssatz (Superpositionsgesetz)

Enthält ein Netzwerk nur Glieder, die eine lineare Abhängigkeit zwischen Strom und Spannung zeigen, dann gilt das Überlagerungsgesetz.

Es besagt: Sind in einem solchen Netz mehrere Spannungsquellen vorhanden, so überlagern sich ihre Teilströme, ohne daß sie sich gegenseitig beeinflussen. In diesem Fall kann man zunächst nur für eine Spannungsquelle die zugehörenden Teilströme berechnen. In gleicher Weise behandelt man die übrigen Spannungsquellen getrennt voneinander und summiert schließlich die in jedem Zweig des Netzwerkes fließenden Teilströme.

Bei einem Gleichrichter oder Transformator (mit Eisen) dagegen tritt eine gegenseitige Störung ein. Die Höhe des einen Teilstromes ist von der Höhe des anderen abhängig.

Der Überlagerungssatz ist im folgenden als gegeben angenommen.

b) Kirchhoffsche Sätze

An jedem Verzweigungspunkt ist die Summe der zufließenden gleich der Summe der abfließenden Ströme (Bild 1).

$$I_1 + I_4 = (I_2 + I_3 + I_5)$$

In jedem geschlossenen Stromkreis ist die Summe der elektromotorischen Kräfte (EMK) gleich der Summe der Spannungsabfälle (Bild 2).

$$E = U_1 + U_2$$

Das Durchlaufen jeder Masche des Netzwerkes erfolgt unter Beibehaltung der einmal gewählten Richtung (Zählrichtung). Ströme und Spannungen, die in der Zählrichtung liegen, werden positiv eingesetzt, entgegengesetzt gerichtete Ströme und Spannungen negativ.

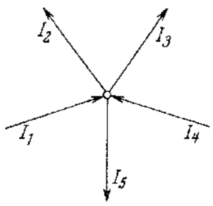


Bild 1. Zu- und abfließende Ströme im Verzweigungspunkt

Bei den zu bestimmenden Strömen und Spannungen kann die Richtung zunächst beliebig angenommen werden. Ergibt sich aus der Rechnung der (die) gesuchte Strom (Spannung) mit negativem Vorzeichen, so bedeutet das, daß er (sie) der angenommenen Richtung entgegengesetzt gerichtet ist.

Beispiel:

Es sei ein Spannungsteiler nach Bild 3 zu dimensionieren;

gegeben sei: U_1 (12 V)
U_2 (8 V) bei Belastung mit
J_3 (1 A)

zu bestimmen sind: R_1 und R_2, wobei noch folgende Nebenbedingung zu erfüllen ist:

Für $J_3 = 0$ soll $U_{2L} = 1{,}2 \cdot U_2$ sein, d. h.
trotz Lastschwankungen sollen die Spannungsschwankungen einen Größtwert nicht überschreiten.

Es lassen sich folgende Gleichungen aufstellen:

für den Belastungsfall

$U_1 = R_1 \cdot J_1 + R_2 \cdot J_2$ (linke Masche) (1B)

$J_1 = J_2 + J_3$ (Knoten) (2B)

$U_2 = J_2 \cdot R_2$ (rechte Masche) (3B)

Der sekundärseitig liegende Verbraucherwiderstand R_3 ist bestimmt durch: $U_2/J_3 = R_3$ d.h.

$J_3 \cdot R_3 = J_2 \cdot R_2 = U_2$ (4B)

für den Leerlauf ($J_3 = 0$)

$U_1 = J_L R_1 + J_L \cdot R_2$ (1L)

$U_{2L} = 1{,}2 \cdot U_2 = J_L \cdot R_2$ (3L)

Gl (1L) — Gl (3L) gibt:

$U_1 - U_{2L} = J_L R_1$ (5)

Gl (5) dividiert durch Gl (3L)

$$\frac{U_1 - U_{2L}}{U_{2L}} = \frac{J_L R_1}{J_L R_2} = \frac{R_1}{R_2} \qquad (6)$$

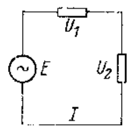


Bild 2. EMK und Spannungsabfälle in einem Stromkreis

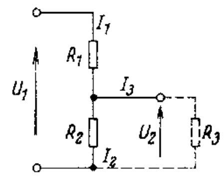


Bild 3. Spannungsteiler, Dimensionierungs-Beispiel

Dadurch ist das Teilerverhältnis des Spannungsteilers festgelegt.

Gl (1B) — Gl (3B) gibt:

$$U_1 - U_2 = R_1 \cdot J_1 \qquad (7)$$

aus (2B), (3B), (4B) findet man

$$J_1 = J_2 + J_3 = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_3} = U_2 \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2 \cdot R_3}$$

$$U_2 = J_1 \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \qquad (8)$$

Gl (7) durch Gl (8) dividiert

$$\frac{U_1 - U_2}{U_2} = \frac{R_1 \cdot J_1}{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot J_1} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_2 \cdot R_3} \qquad (9)$$

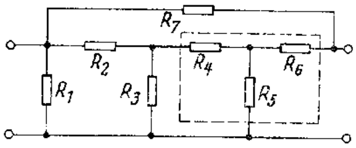
In Gl (9) wird R_1 aus Gl (6) eingesetzt

$$\frac{U_1 - U_2}{U_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_2 \cdot R_3} \cdot R_2 \cdot \frac{U_1 - U_{2L}}{U_{2L}}$$

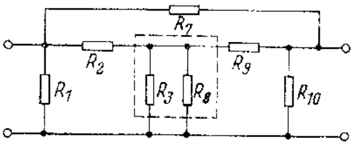
$$\frac{(U_1 - U_2)}{(U_1 - U_{2L})} \cdot \frac{1{,}2 \cdot U_2}{U_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_3}$$

$$\left(\frac{U_1 - U_2}{U_1 - U_{2L}} \cdot 1{,}2 - 1\right) \cdot R_3 = R_2$$

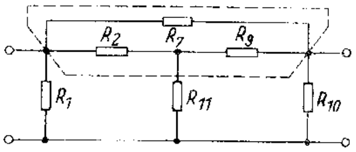
Mit den gegebenen Werten ($U_1 = 12$, $U_2 = 8$, $U_{2L} = 9{,}6$, $\frac{U_2}{J_3} = \frac{8}{1} = R_3$ wird $R_2 = 8\ \Omega$ und nach Gl (6) $R_1 = 2\ \Omega$.



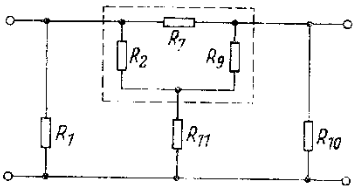
4



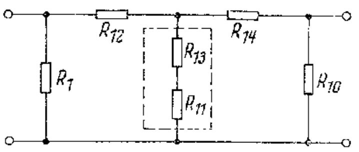
4a



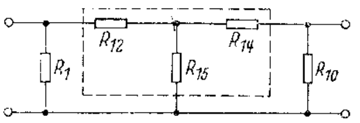
4b



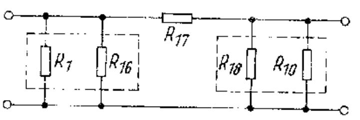
4c



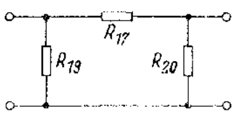
4d



4e



4f



4g

Bild 4 bis 4g. Überführung der Schaltung (Bild 4) in eine Grundschaltung (Bild 4g)

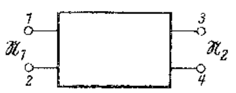


Bild 5. Vierpol

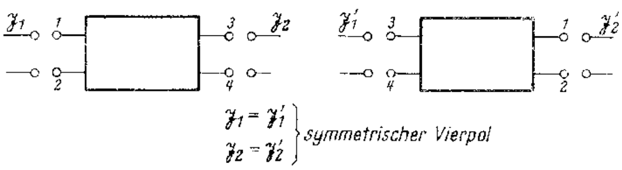


Bild 6. Symmetrischer Vierpol, Vertauschen von Ein- und Ausgangsklemmen

2. Übergang zum Rechnen mit Vierpolen

Mit den Kirchhoffschen Regeln lassen sich theoretisch alle Netzwerke berechnen. In vielen Fällen wird aber die Rechnung sehr kompliziert. Hier kann man sich mit der Vierpolrechnung helfen.

3. Umwandlung von beliebigen Netzwerken in Grundschaltungen

Ein wesentlicher Ausgangspunkt für dieses Rechenverfahren ist die Tatsache, daß auch komplizierte Netzwerke sich auf Grundschaltungen zurückführen lassen. In Uf 11 ist z. B. schon die Umformung zweier Grundschaltungen, nämlich: π oder Dreieck-Schaltung in Stern- oder T-Schaltung gezeigt. Unter Zuhilfenahme dieser Möglichkeit wird Schaltung Bild 4 in eine Grundschaltung umgewandelt.

Das aus R_4, R_5, R_6 bestehende T-Glied wird in ein π-Glied (R_8, R_9, R_{10}) umgewandelt (Bild 4a).

Die Parallelschaltung R_3, R_8 wird durch R_{11} ersetzt (Bild 4b). Bild 4b ist in Bild 4c umgezeichnet, um das aus den Widerständen R_7, R_2, R_9 bestehende π-Glied deutlich erkennbar zu machen. Dieses π-Glied wird in ein T-Glied (R_{12}, R_{13}, R_{14}) (Bild 4d) umgeformt.

R_{13} und R_{11} werden durch R_{15} ersetzt (Bild 4e).

Die aus R_{12}, R_{15}, R_{14} bestehende T-Schaltung wird in eine π-Schaltung (R_{17}, R_{16}, R_{18}) (Bild 4f) gebracht.

Für $R_1 \| R_{16}$ wird R_{19} und für $R_{18} \| R_{10}$ wird R_{20} gesetzt (Bild 4g). Aus der ursprünglichen Schaltung (Bild 4) läßt sich also durch solche Umformung eine π-Schaltung (Bild 4g) gewinnen.

4. Das Rechnen mit Vierpolen

a) Vorbemerkung

Ein Vierpol ist ein nach Bild 5 aufgebautes elektrisches Gebilde, das zwei Eingangs- und zwei Ausgangsklemmen besitzt. Den Klemmen 1,2 wird eine Scheinleistung $\mathfrak{N}_1$ zugeführt, dem Klemmenpaar 3,4 die Scheinleistung $\mathfrak{N}_2$ entnommen. Die Schaltung im Innern des Vierpols wird als unbekannt vorausgesetzt.

Aktiver Vierpol

Im Innern des Vierpols sind EMKK enthalten, z. B. eine Elektronenröhre.

Passiver Vierpol

Im Innern des Vierpols sind keine EMKK enthalten.

Symmetrischer Vierpol

Wenn bei Vertauschung der Ein- und Ausgangsklemmen die Ströme ihren Wert behalten, spricht man von einem symmetrischen Vierpol (Bild 6).

Linearer Vierpol

Spannungen und Ströme stehen in linearer Beziehung zueinander, d. h. der Strom ist der Spannung direkt proportional. Es gelten die Kirchhoff'schen Gesetze und es gilt das Überlagerungsgesetz.

b) Grundgleichungen für den linearen Vierpol

Für den Vierpol lassen sich vier Gleichungspaare für die zwei Ströme ($\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$) und die zwei Spannungen ($\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{U}_2$) aufstellen.

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{J}_2 \quad (1a)$$
$$\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{W}_3 \cdot \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{W}_4 \cdot \mathfrak{J}_2 \quad (1b)$$

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{U}_2 \quad (2a)$$
$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{Y}_3 \cdot \mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_4 \cdot \mathfrak{U}_2 \quad (2b)$$

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{B}_1 \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{W}_5 \cdot \mathfrak{J}_2 \quad (3a)$$
$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{Y}_5 \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{B}_2 \cdot \mathfrak{J}_2 \quad (3b)$$

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{B}_3 \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{W}_6 \cdot \mathfrak{J}_1 \quad (4a)$$
$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{Y}_6 \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{B}_4 \cdot \mathfrak{J}_1 \quad (4b)$$

c) Die Entstehung der Grundgleichungen

Zu diesen Gleichungen kommt man durch folgenden Gedankengang. Wie in der Vorbemerkung gesagt, sei die Schaltung innerhalb der Anschlußklemmen nicht bekannt. Der Messung sind nur zugänglich: Spannungen und Ströme an den Ein- und Ausgangsklemmen.

An 1, 2 (Bild 5) werde die Spannung $\mathfrak{U}_1$, an den Klemmen 3, 4 die Spannung $\mathfrak{U}_2$ gemessen. Es ist klar, daß der Strom $\mathfrak{J}_1$ nun nicht nur von $\mathfrak{U}_1$, sondern auch von $\mathfrak{U}_2$ abhängig ist. Daraus erklärt sich die Form der Vierpolgleichung (2a)

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{Y}_1 + \mathfrak{U}_2 \cdot \mathfrak{Y}_2 \qquad (2a)$$

In gleicher Weise ist auch $\mathfrak{J}_2$ nicht nur von $\mathfrak{U}_2$, sondern auch von $\mathfrak{U}_1$ abhängig, also

$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{Y}_3 + \mathfrak{U}_2 \cdot \mathfrak{Y}_4 \qquad (2b)$$

Die Vierpolkonstanten $\mathfrak{Y}_1$, $\mathfrak{Y}_2$, $\mathfrak{Y}_3$, $\mathfrak{Y}_4$ können nun ebenfalls bestimmt werden, ohne daß etwas über die Schaltung im Vierpol bekannt sein muß.

Schließt man die Klemmen 3, 4 kurz, so wird $\mathfrak{U}_2 = 0$ und

$$(2a)\ \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{Y}_1 \text{ d. h. } \mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_1$$
$$(2b)\ \mathfrak{J}_2 = \mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{Y}_3 \text{ d. h. } \mathfrak{Y}_3 = \mathfrak{J}_2/\mathfrak{U}_1$$

Bei Kurzschluß an den Klemmen 1, 2, also $\mathfrak{U}_1 = 0$ bestimmt sich

$$(2a)\ \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_2 \text{ d. h. } \mathfrak{Y}_2 = \mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_2$$
$$(2b)\ \mathfrak{J}_2 = \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_4 \text{ d. h. } \mathfrak{Y}_4 = \mathfrak{J}_2/\mathfrak{U}_2$$

d) Die Richtigkeit der Grundgleichungen

Die Vierpolgleichungen sollen hier nicht exakt bewiesen werden (s. Oberdorfer, Schrifttum). Es genügt, sie verständlich zu machen. Dazu wird an einem Beispiel die Identität zwischen einer Rechnung mit den Kirchhoff'schen Gleichungen und einer Vierpolrechnung nachgewiesen. Benutzt wird das Beispiel von Bild 4g, ein π-Glied mit den Widerständen $\mathfrak{R}_{19}$, $\mathfrak{R}_{17}$, $\mathfrak{R}_{20}$, also den Leitwerten $\mathfrak{G}_{19}$, $\mathfrak{G}_{17}$, $\mathfrak{G}_{20}$.

Ausrechnung der Schaltung (Bild 7) nach Kirchhoff.

1. Stromknoten:

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{G}_{19} + (\mathfrak{U}_1 - \mathfrak{U}_2)\,\mathfrak{G}_{17}$$
$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_1 (\mathfrak{G}_{19} + \mathfrak{G}_{17}) - \mathfrak{U}_2\,\mathfrak{G}_{17} \qquad (5a)$$

2. Stromknoten

$$(\mathfrak{U}_1 - \mathfrak{U}_2)\,\mathfrak{G}_{17} = \mathfrak{J}_2 + \mathfrak{U}_2 \cdot \mathfrak{G}_{20}$$
$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{G}_{17} - \mathfrak{U}_2 (\mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{G}_{20})$$

Dabei fließt $\mathfrak{J}_1$ in die Schaltung hinein, $\mathfrak{J}_2$ heraus. In der Vierpolbetrachtung bezeichnen wir aber sowohl an den Klemmen 1, 2 wie an den Klemmen 3, 4 den in den Vierpol hineinfließenden Strom als positiv (Bild 8). Wir müssen also für $\mathfrak{J}_2$ das Vorzeichen umkehren

$$\mathfrak{J}_2 = -\mathfrak{U}_1\,\mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{U}_2 (\mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{G}_{20}) \qquad (5b)$$

Ausrechnung der gleichen Schaltung mit den Vierpolgleichungen (2a und 2b)

$$\mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_1 \text{ für } \mathfrak{U}_2 = 0$$

$\mathfrak{Y}_1$ (Nach Schaltung Bild 7) $= \mathfrak{G}_{19} + \mathfrak{G}_{17}$

$$\mathfrak{Y}_2 = \mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_2 \text{ für } \mathfrak{U}_1 = 0$$

$\mathfrak{Y}_2 = -\dfrac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{U}_2} = -\mathfrak{G}_{17}$ denn der dabei fließende Strom ist der für den Vierpol angenommenen Stromrichtung (Bild 8) entgegengesetzt.

$$\mathfrak{Y}_3 = \mathfrak{J}_2/\mathfrak{U}_1 \text{ für } \mathfrak{U}_2 = 0$$

$\mathfrak{Y}_3 = -\dfrac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{U}_1} = -\mathfrak{G}_{17}$ denn auch hierbei ist der fließende Strom der für den Vierpol angenommenen Stromrichtung für $\mathfrak{J}_2$ entgegengesetzt (Bild 8)

$$\mathfrak{Y}_4 = \mathfrak{J}_2/\mathfrak{U}_2 \text{ für } \mathfrak{U}_1 = 0$$
$$\mathfrak{Y}_4 = \mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{G}_{20}$$

Somit lauten die Vierpolgleichungen:

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_1 \cdot (\mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{G}_{19}) - \mathfrak{U}_2 \cdot \mathfrak{G}_{17} \qquad (6a)$$
$$\mathfrak{J}_2 = -\mathfrak{U}_1\,\mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{U}_2 (\mathfrak{G}_{17} + \mathfrak{G}_{20}) \qquad (6b)$$

Die Gleichungen 5a, 5b — nach Kirchhoff berechnet — sind identisch mit den Gleichungen 6a, 6b — nach der Vierpolmethode gebildet.

e) Die Anwendung der einzelnen Gleichungspaare

Jedes Gleichungspaar beschreibt vollständig die Eigenschaften des Vierpols. Zu jedem Gleichungspaar gehören vier Konstanten. Diese sind entweder durch Messung (Leerlauf, Kurzschluß) oder durch Rechnung zu bestimmen.

Bild 7. Grundschaltung π-Schaltung

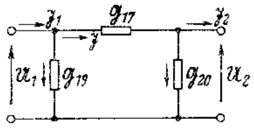


Bild 8. Gewählte Stromrichtung in der Vierpoldarstellung

Die Konstanten sind entweder Widerstände ($\mathfrak{W}_1 \ldots \mathfrak{W}_6$) oder Leitwerte ($\mathfrak{Y}_1 \ldots \mathfrak{Y}_6$) oder dimensionslose, vektorielle Größen ($\mathfrak{V}_1 \ldots \mathfrak{V}_4$). Die vier Gleichungspaare sind einander völlig gleichwertig. An sich ist also gleichgültig, welches Paar für die Berechnung zu Grunde gelegt wird. Die Wahl erfolgt lediglich nach praktischen Gesichtspunkten.

Z. B. zeigt Tabelle 1, wie durch Kurzschluß- und Leerlauf-Messungen die einzelnen Konstanten bestimmt werden können. Hiermit ist nun zu prüfen, welche Größen am besten der Messung zugänglich sind und danach ist das Gleichungssystem auszuwählen. Zu beachten ist aber, daß in vielen Fälle die genannten Messungen gar nicht oder zum mindesten nicht exakt durchgeführt werden können, z. B. im Gebiet hoher Frequenzen. Man muß dann aus der Schaltung heraus beurteilen, mit welchem Gleichungspaar am günstigsten gearbeitet werden kann.

Ohne Schwierigkeit ist zu erkennen, daß bei einer T-Schaltung das Gleichungspaar (1), bei einer π- oder Δ-Schaltung, das Gleichungspaar (2) zweckmäßig ist.

Tabelle 1

Bestimmung der Vierpolkonstanten durch Messung

Zu bestimmende Konstante	Meß-Schema	Gemessene Größen	Bestimmungsgleichungen
$\mathfrak{W}_1$	Leerlauf an 3,4	$\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{J}_1$	$\mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_1$
$\mathfrak{W}_2$	Leerlauf an 1,2	$\mathfrak{U}_{1L}$, $\mathfrak{J}_2$	$\mathfrak{U}_{1L}/\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{W}_2$
$\mathfrak{W}_3$	Leerlauf an 3,4	$\mathfrak{U}_{2L}$, $\mathfrak{J}_1$	$\mathfrak{U}_{2L}/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_3$
$\mathfrak{W}_4$	Leerlauf an 1,2	$\mathfrak{U}_2$, $\mathfrak{J}_2$	$\mathfrak{U}_2/\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{W}_4$
$\mathfrak{W}_5$	Kurzschluß an 3,4	$\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{J}_{2K}$	$\mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_2 = -\mathfrak{W}_5$
$\mathfrak{W}_6$	Kurzschluß an 3,4	$\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{J}_1$	$\mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_6$
$\mathfrak{Y}_1$	Kurzschluß an 3,4	$\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{U}_1$	$\mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{Y}_1$
$\mathfrak{Y}_2$	Kurzschluß an 1,2	$\mathfrak{J}_{1K}$, $\mathfrak{U}_2$	$\mathfrak{J}_{1K}/\mathfrak{U}_2 = -\mathfrak{Y}_2$
$\mathfrak{Y}_3$	Kurzschluß an 3,4	$\mathfrak{J}_{2K}$, $\mathfrak{U}_1$	$\mathfrak{J}_{2K}/\mathfrak{U}_1 = -\mathfrak{Y}_3$
$\mathfrak{Y}_4$	Kurzschluß an 1,2	$\mathfrak{J}_2$, $\mathfrak{U}_2$	$\mathfrak{J}_2/\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{Y}_4$
$\mathfrak{Y}_5$	Leerlauf an 3,4	$\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{U}_2$	$\mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{Y}_5$
$\mathfrak{Y}_6$	Leerlauf an 1,2	$\mathfrak{J}_2$, $\mathfrak{U}_2$	$\mathfrak{J}_2/\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{Y}_6$
$\mathfrak{V}_1$	Leerlauf an 3,4	$\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{U}_{2L}$	$\mathfrak{U}_1/\mathfrak{U}_{2L} = \mathfrak{V}_1$
$\mathfrak{V}_2$	Kurzschluß an 3,4	$\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_{2K}$	$\mathfrak{J}_1/\mathfrak{J}_{2K} = -\mathfrak{V}_2$
$\mathfrak{V}_3$	Leerlauf an 1,2	$\mathfrak{U}_{1L}$, $\mathfrak{U}_2$	$\mathfrak{U}_{1L}/\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{V}_3$
$\mathfrak{V}_4$	Kurzschluß an 3,4	$\mathfrak{J}_{2K}$, $\mathfrak{J}_1$	$\mathfrak{J}_{2K}/\mathfrak{J}_1 = -\mathfrak{V}_4$

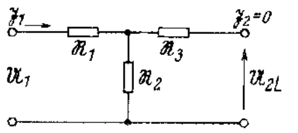


Bild 9. T-Schaltung im Leerlauf (Widerstandswerte)

Betrachtet man die T-Schaltung im Leerlauf (Bild 9), dann ist nach Gleichung (1a)

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{J}_1 \qquad \mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_1 \qquad \mathfrak{W}_1 = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$$

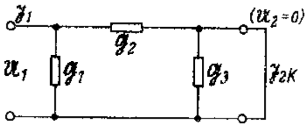


Bild 10. π-Schaltung im Kurzschluß (Leitwerte)

Legt man dagegen eine π-Schaltung zu Grunde (Bild 10), so ist zweifellos das Gleichungspaar (2) besser geeignet.

Im Kurzschlußfall ist nach Gl (2a)

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{U}_1 \qquad \mathfrak{J}_1/\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{Y}_1 \qquad \mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{G}_1 + \mathfrak{G}_2$$

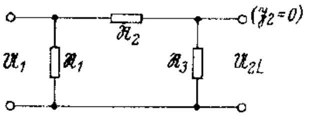


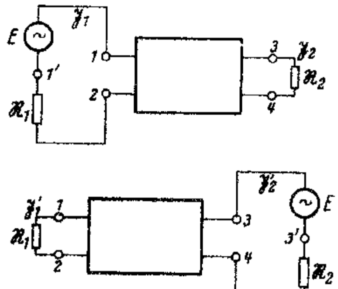
Bild 11. π-Schaltung im Leerlauf (Widerstandswerte)

Benutzt man für die gleiche π-Schaltung das Gleichungspaar 1, so berechnet sich die erste Vierpolkonstante wie folgt (Bild 11)

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{J}_1 \qquad \mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_1 \qquad \mathfrak{W}_1 = \mathfrak{R}_1 \,||\, (\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3)$$

$$\mathfrak{W}_1 = \frac{\mathfrak{R}_1\,(\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3)}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3}$$

Durch zweckmäßige Wahl des Gleichungssystems lassen sich also die Verhältnisse übersichtlicher und einfacher gestalten.



12a

12b

Bild 12. Bedeutung des Umkehrungssatzes

f) Die Trennung in aktiven und passiven Vierpol

Die Grundgleichungen unter b) sowie die Konstanten in Tabelle 1 wurden ohne Rücksicht darauf, ob es sich um einen aktiven oder passiven Vierpol handelt, aufgestellt. Sie gelten also allgemein. Nun ist ein aktiver Vierpol ohne weiteres dadurch kenntlich, daß er eine oder mehrere Stromquellen (EMKK) enthält. Außerdem läßt sich auch rechnerisch überprüfen, welche Art eines Vierpoles vorliegt. Dazu benutzt man den „Umkehrungssatz" (Bild 12a, b). Er besagt: Man schalte die EMK zunächst (Bild 12a) an die Klemmen 1, 1', dann (Bild 12b) an die Klemmen 3, 3'. Sind nun die Ströme $\mathfrak{J}_2$ (Bild a) und $\mathfrak{J}_1'$ (Bild b) einander gleich, so handelt es sich um einen passiven Vierpol. Auch diese Tatsache soll an einem Beispiel überprüft werden (Bild 13).

An Hand der Ersatzbilder ist:

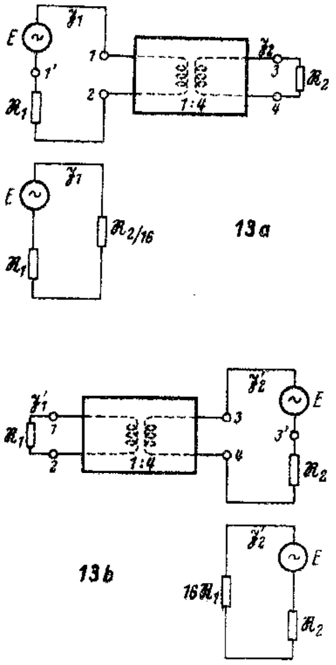
$$\mathfrak{J}_1 = \frac{E}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_{2/16}} \qquad \mathfrak{J}_2' = \frac{E}{16\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2}$$

Die Ströme verhalten sich umgekehrt wie das Übersetzungsverhältnis (ü = 4)

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{\mathfrak{J}_1}{4} = \frac{E}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_{2/16}} \cdot \frac{1}{4} \qquad \mathfrak{J}_1' = 4 \cdot \mathfrak{J}_2'$$

$$= \frac{16\,E}{16\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{4 \cdot E}{16 \cdot \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2} \longleftrightarrow \mathfrak{J}_1' = \frac{4 \cdot E}{16\,\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2}$$



13a

13b

Bild 13. Beispiel für den Umkehrungssatz

g) Vereinfachung bei den passiven Vierpolen

Von den vier Konstanten der Gleichungspaare 1) und 2) sind bei dem passiven Vierpol zwei einander gleich.

Bestimmt man z. B. für eine T-Schaltung nach Bild 14 die Vierpolkonstanten, bzw. nach Kirchhoff das Netzwerk-Gleichungspaar, so ergibt sich:

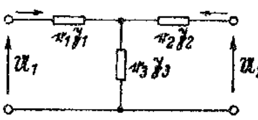


Bild 14. Bestimmung der Vierpolkonstanten für eine T-Schaltung

Konstantenbestimmung:	Gleichungen nach Kirchhoff:
$\mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_1 = \mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3$	$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{J}_1\,\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{J}_3\,\mathfrak{r}_3$
$\mathfrak{U}_{1L}/\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{W}_2 = \mathfrak{r}_3$	$= \mathfrak{J}_1\,(\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3) + \mathfrak{J}_2\,\mathfrak{r}_3$
$\mathfrak{U}_{2L}/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{W}_3 = \mathfrak{r}_3$	$\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{J}_2\,\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{J}_3\,\mathfrak{r}_3$
$\mathfrak{U}_2/\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{W}_4 = \mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3$	$= \mathfrak{J}_1\,\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{J}_2\,(\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3)$

d. h. also: $\mathfrak{W}_2 = \mathfrak{W}_3 = \mathfrak{r}_3$

h) Übergang von einem in ein anderes Gleichungspaar

Tabelle 2 ermöglicht diesen Übergang, ohne daß eine Umrechnung durchzuführen ist. Ist z. B. Gleichungspaar 1 gegeben, so zeigt die linke senkrechte Spalte, welche Werte die Koeffizienten für die drei anderen Gleichungspaare annehmen. Die Koeffizienten in dieser Tabelle wurden aus dem Koeffizientenvergleich gewonnen.

Als Beispiel ist nachstehend die Umrechnung von Gleichungspaar 2 in Gleichungspaar 3 durchgeführt.

Gegeben sind die beiden Gleichungen:

$$\mathfrak{I}_1 = \mathfrak{Y}_1\mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_2\mathfrak{U}_2 \qquad (2a)$$
$$\mathfrak{I}_2 = \mathfrak{Y}_3\mathfrak{U}_1 + \mathfrak{Y}_4\mathfrak{U}_2 \qquad (2b)$$

Gesucht sind die Koeffizienten für:

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{B}_1 \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{W}_5 \cdot \mathfrak{I}_2 \qquad (3a)$$
$$\mathfrak{I}_1 = \mathfrak{Y}_5 \cdot \mathfrak{U}_2 + \mathfrak{B}_2 \cdot \mathfrak{I}_2 \qquad (3b)$$

Gleichung 2b läßt sich umformen in:

$$\mathfrak{U}_1 = -\frac{\mathfrak{Y}_4}{\mathfrak{Y}_3} \cdot \mathfrak{U}_2 + \frac{1}{\mathfrak{Y}_3} \cdot \mathfrak{I}_2 \qquad (3c)$$

Gl. 3c in Gl. 2a eingesetzt, ergibt

$$\mathfrak{I}_1 = \mathfrak{Y}_1 \left(\frac{\mathfrak{I}_2}{\mathfrak{Y}_3} - \frac{\mathfrak{Y}_4}{\mathfrak{Y}_3} \cdot \mathfrak{U}_2\right) + \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{U}_2$$

$$\mathfrak{I}_1 = -\left(\frac{\mathfrak{Y}_1\mathfrak{Y}_4}{\mathfrak{Y}_3} - \frac{\mathfrak{Y}_2\mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_3}\right) \mathfrak{U}_2 + \frac{\mathfrak{Y}_1}{\mathfrak{Y}_3} \cdot \mathfrak{I}_2 \qquad (3d)$$

Aus dem Vergleich von 3a und 3c, sowie 3b und 3d erhält man die gesuchten Koeffizienten

$$\mathfrak{B}_1 = -\frac{\mathfrak{Y}_4}{\mathfrak{Y}_3}\,;\ \mathfrak{W}_5 = {}^1/\mathfrak{Y}_3\,;\ \mathfrak{Y}_5 = -\frac{\mathfrak{Y}_1\mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2\mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_3}\,;\ \mathfrak{B}_2 = \mathfrak{Y}_1/\mathfrak{Y}_3$$

i) Die Vierpolkoeffizienten für die wichtigsten Grundschaltungen

Tabelle 3 bringt die Vierpolkoeffizienten für folgende vier wichtigen Grundschaltungen:

T-Schaltung
π-Schaltung
Überbrückte T-Schaltung
Kreuzschaltung

Für die letzten zwei Schaltungen sind die Koeffizienten

a) für Widerstände
b) für Leitwerte

in der Schaltung berechnet. Die Wahl zwischen den beiden Bestimmungsgleichungen richtet sich nach den gegebenen Werten, bzw. danach, ob sich mit Widerständen oder Leitwerten die Berechnung vereinfacht.

Tabelle 2

Gesucht die Koeffizienten von		Gegeben die Koeffizienten von Gleichungspaar 1	Gleichungspaar 2	Gleichungspaar 3	Gleichungspaar 4
Gleichungspaar 1	$\mathfrak{W}_1$	$\mathfrak{W}_1$	$\frac{\mathfrak{Y}_4}{\mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{Y}_3}$	$\mathfrak{B}_1/\mathfrak{Y}_5$	$\frac{\mathfrak{W}_6 \cdot \mathfrak{Y}_6 - \mathfrak{B}_3 \cdot \mathfrak{B}_4}{\mathfrak{Y}_6}$
	$\mathfrak{W}_2$	$\mathfrak{W}_2$	$-\frac{\mathfrak{Y}_2}{\mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{Y}_3}$	$\frac{-\mathfrak{B}_1 \cdot \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{W}_5 \cdot \mathfrak{Y}_5}{\mathfrak{Y}_5}$	$\mathfrak{B}_3/\mathfrak{Y}_6$
	$\mathfrak{W}_3$	$\mathfrak{W}_3$	$-\frac{\mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{Y}_3}$	${}^1/\mathfrak{Y}_5$	$-\mathfrak{B}_4/\mathfrak{Y}_6$
	$\mathfrak{W}_4$	$\mathfrak{W}_4$	$\frac{\mathfrak{Y}_1}{\mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{Y}_3}$	$-\mathfrak{B}_2/\mathfrak{Y}_5$	${}^1/\mathfrak{Y}_6$
Gleichungspaar 2	$\mathfrak{Y}_1$	$\frac{\mathfrak{W}_4}{\mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_4 - \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}$	$\mathfrak{Y}_1$	$\mathfrak{B}_2/\mathfrak{W}_5$	${}^1/\mathfrak{W}_6$
	$\mathfrak{Y}_2$	$-\frac{\mathfrak{W}_2}{\mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_4 - \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}$	$\mathfrak{Y}_2$	$\frac{-\mathfrak{B}_1 \cdot \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{W}_5 \cdot \mathfrak{Y}_5}{\mathfrak{W}_5}$	$-\mathfrak{B}_3/\mathfrak{W}_6$
	$\mathfrak{Y}_3$	$-\frac{\mathfrak{W}_3}{\mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_4 - \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}$	$\mathfrak{Y}_3$	${}^1/\mathfrak{W}_5$	$\mathfrak{B}_4 . \mathfrak{W}_6$
	$\mathfrak{Y}_4$	$\frac{\mathfrak{W}_1}{\mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_4 - \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}$	$\mathfrak{Y}_4$	$-\mathfrak{B}_1/\mathfrak{W}_5$	$\frac{\mathfrak{W}_6 \cdot \mathfrak{Y}_6 - \mathfrak{B}_3 \cdot \mathfrak{B}_4}{\mathfrak{W}_6}$
Gleichungspaar 3	$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{W}_1/\mathfrak{W}_3$	$-\mathfrak{Y}_4/\mathfrak{Y}_3$	$\mathfrak{B}_1$	$\frac{\mathfrak{W}_6 \cdot \mathfrak{Y}_6 - \mathfrak{B}_3 \cdot \mathfrak{B}_4}{\mathfrak{B}_4}$
	$\mathfrak{W}_5$	$-\frac{\mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_4 - \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}{\mathfrak{W}_3}$	${}^1/\mathfrak{Y}_3$	$\mathfrak{W}_5$	$\mathfrak{W}_6/\mathfrak{B}_4$
	$\mathfrak{Y}_5$	${}^1/\mathfrak{W}_3$	$-\frac{\mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_3}$	$\mathfrak{Y}_5$	$-\mathfrak{Y}_6/\mathfrak{B}_4$
	$\mathfrak{B}_2$	$-\mathfrak{W}_4/\mathfrak{W}_3$	$\mathfrak{Y}_1/\mathfrak{Y}_3$	$\mathfrak{B}_2$	${}^1/\mathfrak{B}_4$
Gleichungspaar 4	$\mathfrak{B}_3$	$\mathfrak{W}_2/\mathfrak{W}_4$	$-\mathfrak{Y}_2/\mathfrak{Y}_1$	$\frac{-\mathfrak{B}_1 \cdot \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{W}_5 \cdot \mathfrak{Y}_5}{\mathfrak{B}_2}$	$\mathfrak{B}_3$
	$\mathfrak{W}_6$	$\frac{\mathfrak{W}_1 \cdot \mathfrak{W}_4 - \mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}{\mathfrak{W}_4}$	${}^1/\mathfrak{Y}_1$	$\mathfrak{W}_5/\mathfrak{B}_2$	$\mathfrak{W}_6$
	$\mathfrak{Y}_6$	${}^1/\mathfrak{W}_4$	$\frac{\mathfrak{Y}_1 \cdot \mathfrak{Y}_4 - \mathfrak{Y}_2 \cdot \mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_1}$	$-\mathfrak{Y}_5/\mathfrak{B}_2$	$\mathfrak{Y}_6$
	$\mathfrak{B}_4$	$-\mathfrak{W}_3/\mathfrak{W}_4$	$\mathfrak{Y}_3/\mathfrak{Y}_1$	${}^1/\mathfrak{B}_2$	$\mathfrak{B}_4$

Tabelle 3a

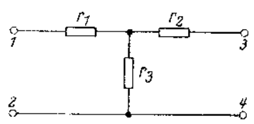
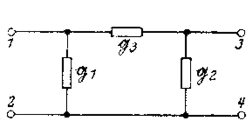
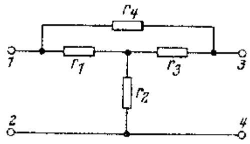
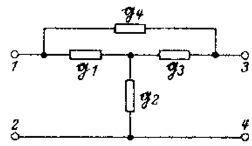
	 Widerstandswerte	 Leitwerte
$\mathfrak{W}_1$	$\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3$	$\frac{\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_1}$
$\mathfrak{W}_2$	$\mathfrak{r}_3$	$\frac{\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_1}$
$\mathfrak{W}_3$	$\mathfrak{r}_3$	$\frac{\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_1}$
$\mathfrak{W}_4$	$\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3$	$\frac{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_1}$
$\mathfrak{Y}_1$	$\frac{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}$	$\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3$
$\mathfrak{Y}_2$	$-\frac{\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}$	$-\mathfrak{g}_3$
$\mathfrak{Y}_3$	$-\frac{\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}$	$-\mathfrak{g}_3$
$\mathfrak{Y}_4$	$\frac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}$	$\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3$
$\mathfrak{B}_1$	$\frac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_3}$	$\frac{\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{W}_5$	$-\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}{\mathfrak{r}_3}$	$-1/\mathfrak{g}_3$
$\mathfrak{Y}_5$	$1/\mathfrak{r}_3$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_1}{\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{B}_2$	$-\frac{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_3}$	$-\frac{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{B}_3$	$\frac{\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}$	$\frac{\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{W}_6$	$\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}$	$\frac{1}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{Y}_6$	$\frac{1}{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_1}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{B}_4$	$-\frac{\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}$	$-\frac{\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_3}$

Tabelle 3b

	 Widerstandswerte	 Leitwerte
$\mathfrak{W}_1$	$\frac{\mathfrak{r}_1(\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4} + \mathfrak{r}_2$	$\frac{\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_4}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4+\mathfrak{g}_4\cdot\mathfrak{g}_1} + \frac{1}{\mathfrak{g}_2}$
$\mathfrak{W}_2$	$\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4} + \mathfrak{r}_2$	$\frac{\mathfrak{g}_4}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4+\mathfrak{g}_4\cdot\mathfrak{g}_1} + \frac{1}{\mathfrak{g}_2}$
$\mathfrak{W}_3$	$\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4} + \mathfrak{r}_2$	$\frac{\mathfrak{g}_4}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4+\mathfrak{g}_4\cdot\mathfrak{g}_1} + \frac{1}{\mathfrak{g}_2}$
$\mathfrak{W}_4$	$\frac{(\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_4)\,\mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4} + \mathfrak{r}_2$	$\frac{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_4}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4+\mathfrak{g}_4\cdot\mathfrak{g}_1} + \frac{1}{\mathfrak{g}_2}$
$\mathfrak{Y}_1$	$\frac{1}{\mathfrak{r}_4} + \frac{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}$	$\frac{\mathfrak{g}_1(\mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3)}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3} + \mathfrak{g}_4$
$\mathfrak{Y}_2$	$-\left[\frac{1}{\mathfrak{r}_4} + \frac{\mathfrak{r}_2}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}\right]$	$-\left[\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3} + \mathfrak{g}_4\right]$
$\mathfrak{Y}_3$	$-\left[\frac{1}{\mathfrak{r}_4} + \frac{\mathfrak{r}_2}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}\right]$	$-\left[\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3} + \mathfrak{g}_4\right]$
$\mathfrak{Y}_4$	$\frac{1}{\mathfrak{r}_4} + \frac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_2}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1}$	$\frac{(\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2)\,\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3} + \mathfrak{g}_4$
$\mathfrak{B}_1$	$1 + \frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$1 + \frac{\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3)}$
$\mathfrak{W}_5$	$-\frac{\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1)}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$-\frac{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3)}$
$\mathfrak{Y}_5$	$\frac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$\frac{\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4+\mathfrak{g}_4\cdot\mathfrak{g}_1)}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3)}$
$\mathfrak{B}_2$	$-\left[1 + \frac{\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}\right]$	$-\left[1 + \frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3)}\right]$
$\mathfrak{B}_3$	$\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3 + \mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3)}{\mathfrak{g}_1(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3)}$
$\mathfrak{W}_6$	$\frac{\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_1)}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4}$	$\frac{\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3)}$
$\mathfrak{Y}_6$	$\frac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4}$	$\frac{\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4+\mathfrak{g}_4\cdot\mathfrak{g}_1)}{\mathfrak{g}_1(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3)}$
$\mathfrak{B}_4$	$-\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_3 + \mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4}$	$-\frac{\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1 + \mathfrak{g}_2 + \mathfrak{g}_3) + \mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3)}$

k) Kombinierte Werte

Eingangswiderstand $\mathfrak{R}_{12}$, Eingangsleitwert $\mathfrak{G}_{12}$

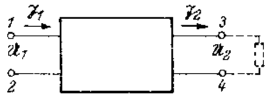


Bild 15.

für Gleichungspaar

1 (1a, 1b) $\mathfrak{R}_{12} = \mathfrak{W}_1 - \frac{\mathfrak{W}_2\cdot\mathfrak{W}_3}{\mathfrak{W}_4 + \mathfrak{R}_A}$ [1] (1)

2 (2a, 2b) $\mathfrak{G}_{12} = \mathfrak{Y}_1 - \frac{\mathfrak{Y}_2\cdot\mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_4 + \mathfrak{G}_A}$

3 (3a, 3b) $\mathfrak{R}_{12} = \frac{\mathfrak{W}_5 - \mathfrak{B}_1\cdot\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{B}_2 - \mathfrak{Y}_5\cdot\mathfrak{R}_A}$

4 (4a, 4b) $\mathfrak{R}_{12} = \mathfrak{W}_6 - \frac{\mathfrak{B}_3\cdot\mathfrak{B}_4}{\mathfrak{Y}_6 + \mathfrak{G}_A}$

[1] Diese Formel ist sinngemäß unter (11) im Abschnitt 5) auf Blatt 4a abgeleitet.

Ausgangswiderstand $\mathfrak{R}_{34}$, Ausgangsleitwert $\mathfrak{G}_{34}$

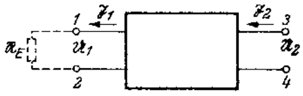


Bild 16.

für Gleichungspaar

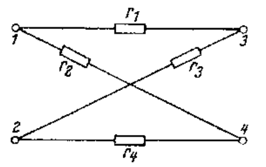
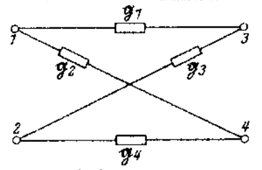
1 (1a, 1b) $\mathfrak{R}_{34} = \mathfrak{W}_4 - \frac{\mathfrak{W}_2\cdot\mathfrak{W}_3}{\mathfrak{W}_1 + \mathfrak{R}_E}$

2 (2a, 2b) $\mathfrak{G}_{34} = \mathfrak{Y}_4 - \frac{\mathfrak{Y}_2\cdot\mathfrak{Y}_3}{\mathfrak{Y}_1 + \mathfrak{G}_E}$

3 (3a, 3b) $\mathfrak{R}_{34} = -\frac{\mathfrak{W}_5 + \mathfrak{B}_2\cdot\mathfrak{R}_E}{\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{Y}_5\cdot\mathfrak{R}_E}$

4 (4a, 4b) $\mathfrak{G}_{34} = \mathfrak{Y}_6 - \frac{\mathfrak{B}_3\cdot\mathfrak{B}_4}{\mathfrak{W}_6 + \mathfrak{R}_E}$

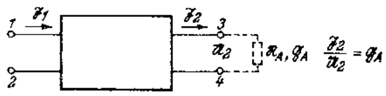
Tabelle 3c

	 Widerstandswerte	 Leitwerte
$\mathfrak{W}_1$	$\frac{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3)(\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4}$	$\frac{(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_1)(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_4)}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)}$
$\mathfrak{W}_2$	$\frac{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)}$
$\mathfrak{W}_3$	$\frac{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)}$
$\mathfrak{W}_4$	$\frac{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4}$	$\frac{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)}$
$\mathfrak{Y}_1$	$\frac{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)}$	$\frac{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}{\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4}$
$\mathfrak{Y}_2$	$-\frac{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)}$	$-\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4}$
$\mathfrak{Y}_3$	$-\frac{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)}$	$-\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4}$
$\mathfrak{Y}_4$	$\frac{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3)(\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)}$	$\frac{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_3)(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_4)}{\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4}$
$\mathfrak{B}_1$	$\frac{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_3)(\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}$	$\frac{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_3)(\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_4)}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{W}_5$	$-\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)}{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}$	$-\frac{\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{Y}_5$	$\frac{\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4}{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{B}_2$	$-\frac{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}$	$-\frac{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}$
$\mathfrak{B}_3$	$\frac{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}$
$\mathfrak{W}_6$	$\frac{\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_2(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)+\mathfrak{r}_3\cdot\mathfrak{r}_4(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)}{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$\frac{\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2+\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4}{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}$
$\mathfrak{Y}_6$	$\frac{\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2+\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4}{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_2(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)+\mathfrak{g}_3\cdot\mathfrak{g}_4(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)}{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}$
$\mathfrak{B}_4$	$-\frac{\mathfrak{r}_2\cdot\mathfrak{r}_3-\mathfrak{r}_1\cdot\mathfrak{r}_4}{(\mathfrak{r}_1+\mathfrak{r}_2)(\mathfrak{r}_3+\mathfrak{r}_4)}$	$-\frac{\mathfrak{g}_1\cdot\mathfrak{g}_4-\mathfrak{g}_2\cdot\mathfrak{g}_3}{(\mathfrak{g}_1+\mathfrak{g}_2)(\mathfrak{g}_3+\mathfrak{g}_4)}$

Übertragungswiderstand $\frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{J}_1}$

Übertragungsleitwert $\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{U}_2}$

Bild 17.



für Gleichungspaar

1 (1a, 1b) $\quad \mathfrak{R}_{ü13}=\frac{\mathfrak{W}_3\cdot\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_A+\mathfrak{W}_4}$

2 (2a, 2b) $\quad \mathfrak{G}_{ü13}=\mathfrak{Y}_2-\frac{(\mathfrak{Y}_4+\mathfrak{G}_A)\,\mathfrak{Y}_1}{\mathfrak{Y}_3}$

3 (3a, 3b) $\quad \mathfrak{G}_{ü13}=\mathfrak{Y}_5-\mathfrak{B}_2\,\mathfrak{G}_A$

4 (4a, 4b) $\quad \mathfrak{G}_{ü13}=-\frac{\mathfrak{Y}_6+\mathfrak{G}_A}{\mathfrak{B}_4}$

Beispiel: Berechnung von $\mathfrak{U}_2/\mathfrak{J}_1$ für Gleichungspaar 1.

Aus Gleichungspaar 2 wird $\mathfrak{G}_{ü13}$ ermittelt.

$$\mathfrak{J}_1=\mathfrak{Y}_1\cdot\mathfrak{U}_1+\mathfrak{Y}_2\cdot\mathfrak{U}_2$$
$$-\mathfrak{J}_2=\mathfrak{Y}_3\cdot\mathfrak{U}_1+\mathfrak{Y}_4\cdot\mathfrak{U}_2$$

Es muß $-\mathfrak{J}_2$ heißen, da für die Messung des Übertragungswiderstandes (s. Bild 17) $\mathfrak{J}_2$ entgegengesetzt zu der Richtung fließt, die für die Aufstellung der Vierpolgleichungen angenommen wurde.

$$\frac{-\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{U}_2}=\mathfrak{Y}_3\cdot\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_2}+\mathfrak{Y}_4=-\mathfrak{G}_A \quad\Bigg\|\quad \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_2}=-\frac{\mathfrak{Y}_4+\mathfrak{G}_A}{\mathfrak{Y}_3}$$

$$\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{U}_2}=\mathfrak{Y}_1\cdot\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{U}_2}+\mathfrak{Y}_2$$

$$\mathfrak{G}_{ü13}=\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{U}_2}=-\frac{(\mathfrak{Y}_4+\mathfrak{G}_A)\cdot\mathfrak{Y}_1}{\mathfrak{Y}_3}+\mathfrak{Y}_2$$

Nach Tabelle 2 kann gesetzt werden für:

$$\mathfrak{Y}_2=-\frac{\mathfrak{W}_2}{D} \qquad \mathfrak{Y}_1=\frac{\mathfrak{W}_4}{D} \qquad D=\mathfrak{W}_1\cdot\mathfrak{W}_4-\mathfrak{W}_2\cdot\mathfrak{W}_3$$
$$\mathfrak{Y}_4=\frac{\mathfrak{W}_1}{D} \qquad \mathfrak{Y}_3=-\frac{\mathfrak{W}_3}{D}$$

Dann lautet $\mathfrak{G}_{ü13}$:

$$\mathfrak{G}_{ü13}=-\frac{\mathfrak{W}_2}{D}-\frac{\left(\frac{\mathfrak{W}_1}{D}+\mathfrak{G}_A\right)\frac{\mathfrak{W}_4}{D}}{-\frac{\mathfrak{W}_3}{D}}=\frac{1}{\mathfrak{W}_3}+\frac{\mathfrak{G}_A\cdot\mathfrak{W}_4}{\mathfrak{W}_3}$$

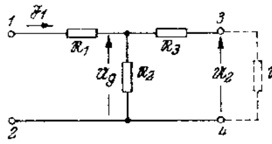
$$\mathfrak{R}_{ü13}=\frac{\mathfrak{W}_3}{1+\mathfrak{W}_4\cdot\mathfrak{G}_A}=\frac{\mathfrak{W}_3\cdot\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{W}_4+\mathfrak{R}_A}$$

$\mathfrak{R}_{ü13}$ kann auch direkt aus Gleichungspaar 1 gewonnen werden, wenn für $\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}$ (Eingangswiderstand)

$$\mathfrak{W}_1-\frac{\mathfrak{W}_3^2}{\mathfrak{W}_4+\mathfrak{R}_A}$$ gesetzt wird.

Kontrolle des Wertes $\mathfrak{R}_{ü13}$ für ein gegebenes T-Glied.

Bild 18.



$$\mathfrak{U}_g=\mathfrak{J}_1\cdot\frac{\mathfrak{R}_2(\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A)}{\mathfrak{R}_2+\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A}$$

$$\mathfrak{U}_2=\mathfrak{U}_g\cdot\frac{\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A}=\mathfrak{J}_1\cdot\frac{\mathfrak{R}_2(\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A)}{\mathfrak{R}_2+\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A}\cdot\frac{\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A}$$

$$\mathfrak{R}_{ü13}=\frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{J}_1}=\frac{\mathfrak{R}_2\cdot\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_2+\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A}$$

Vergleicht man damit die allgemeine Beziehung

$$\mathfrak{R}_{ü13}=\frac{\mathfrak{W}_3\cdot\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{W}_4+\mathfrak{R}_A}$$

und bestimmt nach Tabelle 1 die Vierpolkonstanten $\mathfrak{W}_3$ und $\mathfrak{W}_4$ für das gegebene T-Glied

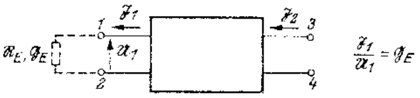
$$\mathfrak{W}_3=\mathfrak{R}_2 \qquad\qquad \mathfrak{W}_4=\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_2,$$

so kommt man zu dem gleichen Ergebnis

$$\mathfrak{R}_{ü13}=\frac{\mathfrak{R}_2\cdot\mathfrak{R}_A}{\mathfrak{R}_2+\mathfrak{R}_3+\mathfrak{R}_A}$$

Übertragungswiderstand $\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_2}$

Übertragungsleitwert $\frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{U}_1}$



$\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{U}_1} = \mathfrak{G}_E$ *Bild 19.*

für Gleichungspaar

1 (1a, 1b) $\mathfrak{R}_{ü31} = \frac{\mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{R}_E}{\mathfrak{W}_1 + \mathfrak{R}_E}$

2 (2a, 2b) $\mathfrak{G}_{ü31} - \mathfrak{Y}_3 - \frac{(\mathfrak{Y}_1 + \mathfrak{G}_E) \cdot \mathfrak{Y}_1}{\mathfrak{Y}_2}$

3 (3a, 3b) $\mathfrak{G}_{ü31} = \frac{\mathfrak{Y}_5 + \mathfrak{B}_1 \cdot \mathfrak{G}_E}{\mathfrak{Y}_5 \cdot \mathfrak{W}_5 - \mathfrak{B}_1 \mathfrak{B}_2}$

4 (4a, 4b) $\mathfrak{G}_{ü31} = \frac{\mathfrak{Y}_6 + \mathfrak{G}_E [\mathfrak{W}_6 \mathfrak{Y}_6 - \mathfrak{B}_3 \mathfrak{B}_4]}{\mathfrak{B}_3}$

5) Beispiel zur Anwendung der Vierpolrechnung

Abschluß eines Kabels mit einem transformatorisch angekoppelten Schwingkreis

Das Kabel habe den Wellenwiderstand Z. Die Eingangsspannungsquelle E sei durch R_i an das Kabel angepaßt. Auf der Sekundärseite ist es durch L_1 an den Sekundärkreis (L_2, r_2, C_2) angekoppelt. (Bild 20).

Frage: Wie muß M und C_2 bei gegebenen Werten für L_1 und L_2 gewählt sein, damit — an den Klemmen AB gemessen — ein Widerstand $\mathfrak{R}_{AB} = Z$ ermittelt wird, also das Kabel auch auf der Sekundärseite mit dem Wellenwiderstand abgeschlossen ist.

Es liegt also eine T-Schaltung vor. Deshalb benutzt man das Gleichungspaar 1 und ermittelt aus ihm den Eingangswiderstand $\mathfrak{R}_{AB}$ zu:

$$\mathfrak{R}_{AB} = \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}. \qquad (10)$$

Aus Gleichung 1a: $\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1} = \mathfrak{W}_1 + \mathfrak{W}_2 \cdot \frac{-\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}_1}$

Es ist $-\mathfrak{J}_2$ zu schreiben, da bei Ermittlung von R_{AB} der Strom $\mathfrak{J}_2$ umgekehrt zu der für den Vierpol angesetzten Richtung fließt.

AusGleichung 1 b: $\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{J}_2 \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{W}_3 \cdot \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{W}_4(-\mathfrak{J}_2)$

$$\frac{-\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}_1} = -\frac{\mathfrak{W}_3}{\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{W}_4}$$

$$\mathfrak{R}_{AB} = \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1} = \mathfrak{W}_1 - \frac{\mathfrak{W}_2 \cdot \mathfrak{W}_3}{\mathfrak{W}_4 + \mathfrak{R}_2} \qquad (11)$$

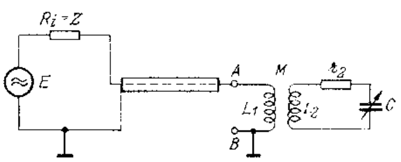


Bild 20. Kabel mit Schwingkreis als Abschluß

Da es sich um einen passiven Vierpol handelt, ist

$$\mathfrak{W}_2 = \mathfrak{W}_3$$

$$\mathfrak{R}_{AB} = \mathfrak{W}_1 - \frac{\mathfrak{W}_2^2}{\mathfrak{W}_4 + \mathfrak{R}_2} \qquad (12)$$

Bestimmung der Vierpol-Koeffizienten nach Tabelle 1

$\mathfrak{W}_1 = j\omega (L_1 - M) + r_1 + j\omega M = j\omega L_1 + r_1$

$\mathfrak{W}_2 = j\omega M$

$\mathfrak{W}_4 = j\omega (L_2 - M) + r_2 + j\omega M = j\omega L_2 + r_2$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$$

Diese Koeffizienten und $\mathfrak{R}_2$ in (12) eingesetzt, ergeben:

$$\mathfrak{R}_{AB} = j\omega L_1 + r_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + r_2 - j\frac{1}{\omega C}} \qquad (13)$$

$$\mathfrak{R}_{AB} = r_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2 \left[r_2 - j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)\right]}{\left[r_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\left[r_2 - j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)\right]}$$

$$\mathfrak{R}_{AB} = r_1 + \frac{r_2 \omega^2 M^2}{r_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$+ j\left[\omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)}{r_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right] \qquad (14)$$

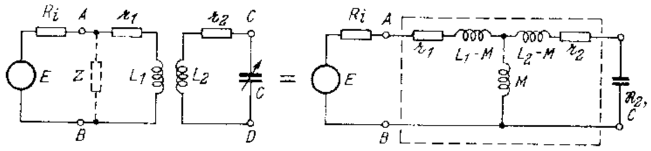


Bild 21. Ersatzschaltung in Bild 20

$\mathfrak{R}_{AB}$ ist nur dann gleich Z, wenn der Realteil von $\mathfrak{R}_{AB} = Z$ und der Imaginärteil von $\mathfrak{R}_{AB} = 0$ ist, d. h.

$$r_1 + \frac{r_2 \omega^2 M^2}{r_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = Z \qquad (15)$$

$$j \cdot \left|\omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)}{r_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right| = 0 \qquad (16)$$

Aus (15) folgt:

$$\omega^2 M^2 = \frac{Z - r_1}{r_2}\left[r_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right] \qquad (17)$$

(17) in (16) eingesetzt:

$$\left|\omega L_1 - \frac{\frac{Z - r_1}{r_2}\left(r_2^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)}{r_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right| = 0$$

$$\omega L_1 - \left(\frac{Z - r_1}{r_2}\right)\omega L_2 + \left(\frac{Z - r_1}{r_2}\right)\frac{1}{\omega C} = 0 \qquad (18)$$

$$C = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{1}{L_2 - \frac{r_2 \cdot L_1}{Z - r_1}} \qquad (19)$$

Wird aus (18) der Wert für $1/\omega C$ in (17) eingesetzt, dann ergibt sich

$$\omega^2 M^2 = \frac{Z - r_1}{r_2} \cdot \left[r_2^2 + \left(\omega L_2 + \frac{\omega L_1 \cdot r_2}{Z - r_1} - \omega L_2\right)^2\right]$$

$$M = \sqrt{\frac{(Z - r_1)\, r_2}{\omega^2} + \frac{L_1^2 \cdot r_2}{Z - r_1}}$$