

Amplituden- und Frequenzmodulation

Mo 11

3 Blätter

Eine Schwingung modulieren heißt, sie in einer ihrer charakteristischen Kenngrößen im Takte der Modulation zu beeinflussen. Diese Kenngrößen sind: Frequenz, Amplitude, Phase. Eine Schwingung kann man sich so entstanden denken, daß eine kreisförmige Bewegung (nach Bild 1) auf ein sich bewegendes Band projiziert wird.

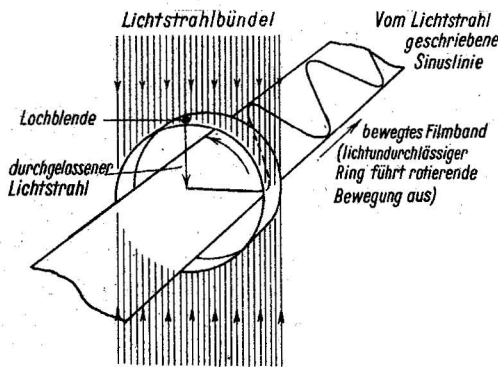


Bild 1. Darstellung der Sinuskurve aus der Projektion einer Rotationsbewegung auf ein gleichförmig bewegtes Band

An einer solchen kreisförmigen Bewegung kann man drei Parameter ändern:

1. Die Rotationsgeschwindigkeit des Vektors A. Daraus ergibt sich die Frequenz der Schwingung. Sie ist bestimmt durch die Zahl der Umläufe je Sekunde.
2. Die Länge des rotierenden Vektors A. Durch sie wird die Amplitude der Schwingung festgelegt.

Beide Parameter genügen zwar, um die Kurvenform einer Schwingung eindeutig zu definieren. Sie sagen aber nichts über die Lage der Schwingung relativ zu einem Bezugspunkt aus. Wie Bild 2 zeigt, haben die Vektoren A und B die



Bild 2. Phasenverschiebung zweier Vektoren

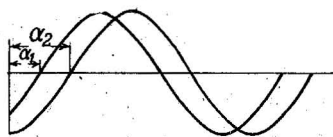


Bild 3. Phasenverschiebung zweier Sinuskurven

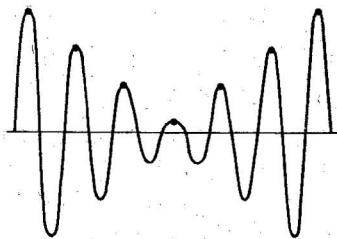


Bild 4. Die amplitudenmodulierte Hf-Schwingung

gleichen Amplituden, ihre Umlaufgeschwindigkeit soll ebenfalls gleich sein. Trotzdem werden von ihnen zwei Kurvenzüge geschrieben, die sich um den Phasenwinkel $\Delta\alpha$, also den Winkel zwischen den beiden Vektoren unterscheiden. Normalerweise wählt man zur Festlegung der Schwingung nicht, wie hier, den Phasenwinkel zwischen zwei Vektoren, sondern man mißt den Winkel zwischen ihnen und einer Bezugslinie — in Bild 2 die Winkel α_1 und α_2 .

3. Der dritte Parameter ist also der Phasenwinkel des rotierenden Vektors, den dieser zur Zeit $t = 0$ mit der Bezugslinie bildet. Durch ihn wird die Lage eines gegebenen Kurvenzuges relativ zu einem Bezugspunkt (Bild 3) festgelegt.

Diese drei Parameter kann man benutzen, um einer Träger-schwingung die gewünschte Modulation aufzuprägen. Danach erhält man die Amplituden-, Frequenz- und Phasenmodulation.

I. Amplitudenmodulation

Bei ihr wird die Amplitude im Rhythmus der Modulationsfrequenz geändert.

Man kann diesen Vorgang nach drei Methoden darstellen:

a) Bild 4. Es wird die Amplitudenschwankung des Trägers über der Zeit aufgetragen.

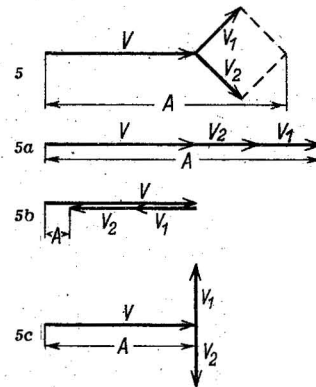
b) Bild 5. Man benützt die vektorielle Darstellung. Man denkt sich den in jedem Zeitmoment vorhandenen Spannungswert durch die Summe der drei Vektoren $V(\Omega)$, $V_1(\omega)$, $V_2(\omega)$ gegeben. Von dem gesamten in Bild 4 dargestellten Spannungsverlauf interessieren aber nur die Amplituden, d. h. die Kurvenpunkte, die dick gezeichnet sind. Es muß also das Vektorbild jeweils nach Ablauf einer Periode der Träger-schwingung gezeichnet werden.

Für die drei Vektoren gelten folgende Umlauffrequenzen:

Vektor V: Ein Umlauf = eine Periode der Trägerfrequenz,

Vektor V_1 und V_2 : Ein Umlauf = eine Periode der Modulationsfrequenz.

Dabei drehen sich V_1 und V_2 gegensinnig (V_1 linksdrehend, V_2 rechtsdrehend).



Links: Bild 5. Die Amplitudenmodulation im Vektor diagramm

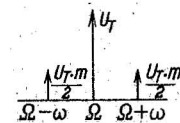


Bild 6. Die bei Amplitudenmodulation entstehenden Seitenfrequenzen

Betrachtet man das Vektorbild jeweils beim gleichen Phasenwinkel der Trägerfrequenz (z. B. $\alpha = 0$), so bedeutet das nichts anderes, als daß der Vektor V stehenbleibt. Das Vektorbild wird sozusagen immer in dem Moment belichtet und sichtbar, in dem der Momentanwert von V (das ist seine Projektion auf die x-Achse) am größten und positiv ist. Unter dieser Voraussetzung läßt sich aus der vektoriellen Darstellung (Bild 5) ohne weiteres die Einhüllende der AM-Schwingung (Bild 4) gewinnen.

Liegen beide Vektoren V_1 und V_2 in Richtung von V (Bild 5a), dann hat die Einhüllende der Trägerfrequenz ihren Maximalwert: $V + V_1 + V_2$. Sind beide Vektoren (nach 180° der Modulationsfrequenz) entgegengesetzt zu V gerichtet, hat die Einhüllende ihr Minimum $V - V_1 - V_2$ (Bild 5b).

In der Zwischenstellung — nach Ablauf einer Viertelperiode — (Bild 5c) sind V_1 und V_2 einander entgegengerichtet, sie heben sich auf und der Summenvektor aus $V + V_1 + V_2 = V$, also gleich der Trägeramplitude im unmodulierten Zustand. In gleicher Weise ergeben sich die übrigen Zwischenwerte. V_1 und V_2 drehen sich stets so, daß deren Summenvektor mit dem Vektor V immer gleiche oder entgegengesetzte Richtung hat (0 oder 180°).

Mo 11

Wenn man diesen Modulationsvorgang rechnerisch behandelt, muß man natürlich zu den gleichen Ergebnissen kommen. Die sinusförmige Trägerschwingung ist gegeben durch

$$u = U_T \cdot \sin \Omega t$$

$U_T =$ Scheitelwert der Trägerfrequenz
 $\Omega = 2\pi F$
 $F =$ Trägerfrequenz.

Wird die Amplitude mit einer sinusförmigen Spannung moduliert, so ergibt sich:

$$u = U_T (1 + m \cdot \sin \omega t) \cdot \sin \Omega t$$

$U_m =$ Scheitelwert der Modulationsfrequenz
 $m =$ Modulationsgrad (eine Zahl zwischen 0 und 1) $= U_m/U_T$
 $\omega = 2\pi f$
 $f =$ Modulationsfrequenz.

Diese Gleichung ausgerechnet (s. a. FTA, Mth 21) ergibt:

$$u = U_T \cdot \sin \Omega t + \underbrace{\frac{U_T \cdot m}{2} \cdot \cos (\Omega - \omega) t}_{V_1} - \underbrace{\frac{U_T \cdot m}{2} \cdot \cos (\Omega + \omega) t}_{V_2}$$

Man erhält also auch aus dieser Rechnung die drei Vektoren

$$V = U_T \cdot \sin \Omega t, \quad \text{die hochfrequente Schwingung,}$$

$$V_2 = \frac{U_T \cdot m}{2} \cdot \cos (\Omega + \omega) t, \quad \text{die eine (obere) Seitenschwingung, Frequenz um } f \text{ größer als die Trägerfrequenz, Amplitude} = \frac{U_T \cdot m}{2} = \frac{U_m}{2} = \frac{1}{2} \text{ der Amplitude der Modulationsfrequenz,}$$

$$V_1 = \frac{U_T \cdot m}{2} \cdot \cos (\Omega - \omega) t, \quad \text{die zweite (untere) Seitenschwingung, Frequenz um } f \text{ kleiner als die Trägerfrequenz, Amplitude wie bei } V_2.$$

Aus Bild 4 kann man die Modulationsfrequenz f als Umhüllende unmittelbar entnehmen; das verleitet oft zu der falschen Meinung, daß die Frequenz f in der modulierten Schwingung bereits enthalten ist und im Empfänger nur wahrnehmbar gemacht zu werden braucht. Die vorstehende Gleichung zeigt jedoch, daß die Modulationsfrequenz f (bzw. die Kreisfrequenz ω) in der modulierten Schwingung überhaupt nicht mehr vorhanden ist, sondern nur die drei Frequenzen F , $F-f$ und $F+f$.

c) Aus dieser Aufspaltung der Gleichung ergibt sich schließlich die dritte Darstellungsart einer amplitudenmodulierten Schwingung (Bild 6), und man erkennt, daß der Abstand der beiden Seitenschwingungen von der Trägerfrequenz lediglich durch die Frequenz des Modulationstones bestimmt ist. Die Bandbreite eines AM-Signals ist also nur von der Breite des zu übertragenden Modulationsfrequenzbandes abhängig. Bei nichtsinusförmiger Modulation (z. B. Sprache oder Musik) tritt an die Stelle von f ein Frequenzband. Dann entstehen durch die Modulation Seitenbänder.

II. Frequenz- und Phasenmodulation

Die Ausgangsgleichung der unmodulierten Trägerfrequenz lautet:

$$u = U_T \sin (\Omega t + \varphi) \quad (1)$$

Frequenzmodulation

Wird die Trägerfrequenz (Ω) mit einer Tonfrequenz ω moduliert, dann wird aus Gleichung 1:

$$u = U_T \sin (\Omega t + M \cdot \sin \omega t + \varphi) \quad (2)$$

Nachdruck verboten!

Phasenmodulation

Wird der Phasenwinkel φ mit der Tonfrequenz ω moduliert, dann wird aus Gleichung 1:

$$u = U_T \sin (\Omega t + \Delta \varphi \cdot \sin \omega t) \quad (3)$$

Wie man sieht, sind die beiden Formeln (2) und (3) einander gleich, der Unterschied besteht nur in dem Faktor M bzw. $\Delta \varphi$.

Für Frequenzmodulation ist: $M = \frac{\Delta \Omega}{\omega}$, (4)

für Phasenmodulation ist $\Delta \varphi$ gegeben im Bogenmaß.

Darin bezeichnen: $\Delta \varphi$ den Phasenhub
 M den Modulationsindex
 $\Delta \Omega$ den Frequenzhub $\times 2\pi$

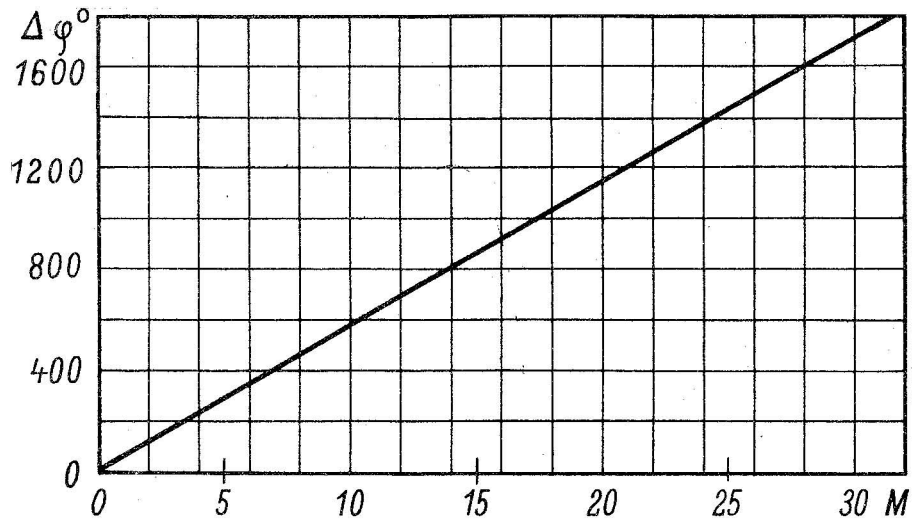


Bild 7. Umrechnung von Modulationsindex in Phasenhub

Unterschied zwischen Frequenz- und Phasenmodulation

Aus der Tatsache, daß die Gleichungen 2 und 3 gleichlautend aufgebaut sind, ergibt sich, daß zwischen beiden Modulationsarten kein prinzipieller Unterschied besteht.

Der bei Frequenzmodulation maßgebende Faktor

$$M \text{ (Modulationsindex)} = \frac{\Delta F}{f}$$

ist bei Phasenmodulation zu ersetzen durch die Größe $\Delta \varphi$ (Phasenhub [Bogenmaß]).

Wichtig ist, daß bei Phasenmodulation

$\Delta \varphi$ linear zur Modulationsspannung,
 bei Frequenzmodulation

ΔF ($\Delta \Omega$) bzw. M linear zur Modulationsspannung geändert wird.

Die bei beiden Modulationsarten entstehenden Frequenzkomponenten sind also dieselben, vorausgesetzt, daß $M = \Delta \varphi$ ist.

Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden Modulationsverfahren besteht darin, daß bei gleichem Phasenhub der Frequenzhub mit der Höhe der Modulationsfrequenz steigt (Phasenmodulation). Bei Frequenzmodulation ist der Frequenzhub unabhängig von der Modulationsfrequenz.

Es gilt:

$$\Delta \varphi \text{ (Bogenmaß)} = M = \frac{\Delta F}{f}$$

$$\Delta \varphi (^\circ) = \frac{M \cdot 180}{\pi} = \frac{\Delta F}{f} \cdot \frac{180}{\pi} \quad (\text{Bild 7})$$

Daraus folgt ferner: Bei gegebener Modulationsspannung ist das Frequenzband, das zur Übertragung erforderlich ist, bei Frequenzmodulation unabhängig von der Modulationsfrequenz¹⁾, bei Phasenmodulation linear abhängig von der Modulationsfrequenz.

¹⁾ Gilt nicht bei kleinem M .

Mo 11

Der Unterschied zwischen den einzelnen frequenzmodulierten Schwingungen liegt nur in den Amplitudenwerten, die den jeweiligen Seitenwellen zuzuordnen sind. Der Abstand dieser Seitenschwingungen ist immer gleich der Modulationsfrequenz.

Die Amplitude jeder Seitenschwingung und der Trägerwelle bestimmt sich aus den Besselfunktionen an Hand der Größe des für die betreffende frequenzmodulierte Schwingung geltenden Modulationsindex M .

$$\text{Nach Gleichung (4) ist } M = \frac{\Delta \Omega}{\omega} = \frac{\Delta F}{f}$$

$$\Delta F = \text{Frequenzhub}$$

$$f = \text{Modulationsfrequenz.}$$

Da also allein M bestimmend für die einzelnen Amplituden ist, sind in Kurventafeln (Bild 11, Mo 11, Blatt 3) und einer Tabelle die Amplitudenwerte für die verschiedenen Größen von M angegeben. Aus den in Bild 11 und der Tabelle angegebenen Amplitudenwerten lassen sich die in Bild 12 gezeichneten Frequenzspektren konstruieren. Dabei sind der Übersichtlichkeit halber nur die Absolutwerte aufgetragen. An diesen Bildern erkennt man sehr deutlich, daß 1. das Spektrum breiter als der Modulationshub (Wobbelhub) ist, 2. daß die Maximalamplituden je nach dem Modulationsindex an verschiedenen Stellen des Spektrums auftreten können, 3. daß bei niedriger Modulationsfrequenz sich ein hoher Modulationsindex einstellt und dann viele Seitenwellen mit engen Abständen voneinander auftreten. Bei hoher Modulationsfrequenz ergibt sich das Gegenteil (wenig Seitenwellen, große Abstände).

Die wirkliche Breite des Frequenzspektrums an sich ist die Bandbreite unendlich groß. In vielen Fällen beschränkt man sich aber darauf, nur die Seitenwellenamplituden zu berücksichtigen, die größer als 1 % der Trägeramplitude im unausgesteuerten Zustand sind.

Unter dieser Voraussetzung ergibt sich die gesamte Breite des Frequenzspektrums zu:

$$B = 2 \cdot f \cdot n$$

$$\approx 2 \cdot f \cdot (2 + 1,2 M)$$

f = Modulationsfrequenz (Hz)
 M = Modulationsindex
 B = Gesamte Bandbreite (Hz)
 n = Zahl der zu berücksichtigenden Seitenwellen (nach einer Seite).

In Bild 13 ist B über dem Modulationsindex M für einen Frequenzhub von ± 75 kHz aufgetragen. Man sieht, daß die größte Bandbreite bei der höchsten Modulationsfrequenz auftritt.

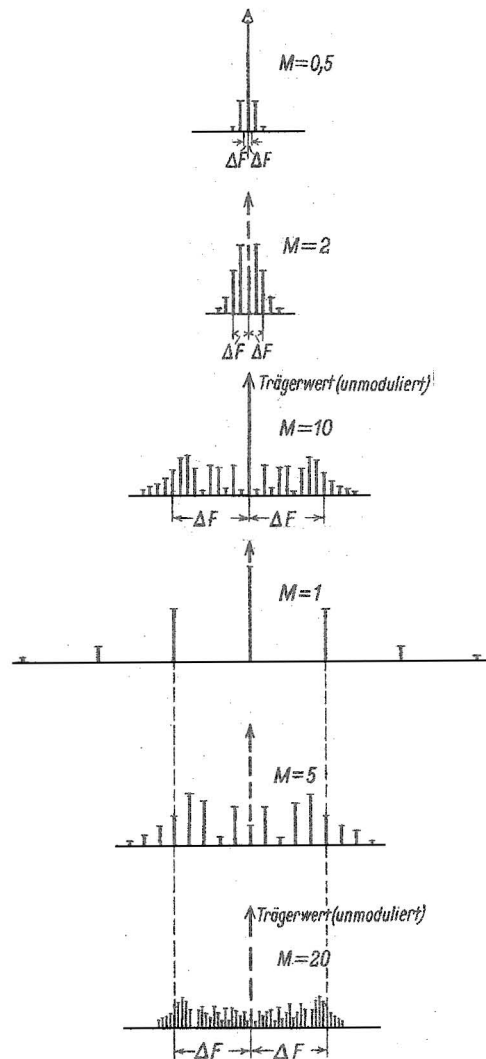


Bild 12. Das Frequenzspektrum einer frequenzmodulierten Schwingung bei verschiedenem Modulationsindex. Oben: $f = \text{const}$, $\Delta F = \text{veränderlich}$, unten: $f = \text{veränderlich}$, $\Delta F = \text{const}$

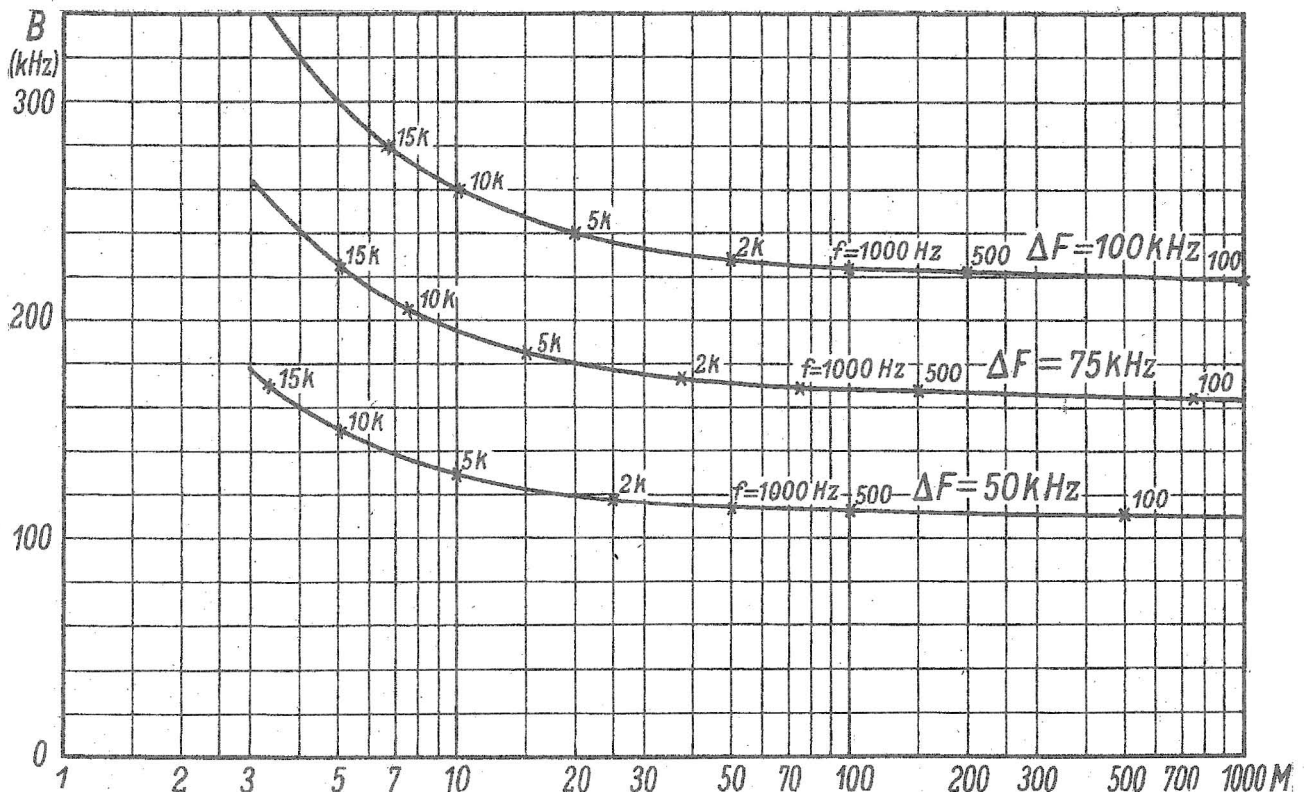


Bild 13. Die Breite des Frequenzbandes einer frequenzmodulierten Schwingung unter Berücksichtigung aller der Seitenschwingungen, deren Amplitude größer als 1% der Amplitude des unmodulierten Trägers ist

Bild II. Die Amplituden der Grund- und Seitenwellen einer frequenzmodulierten Schwingung in Abhängigkeit vom Modulationsindex (s. a. Jahnke-Emde, Funktionentafeln)

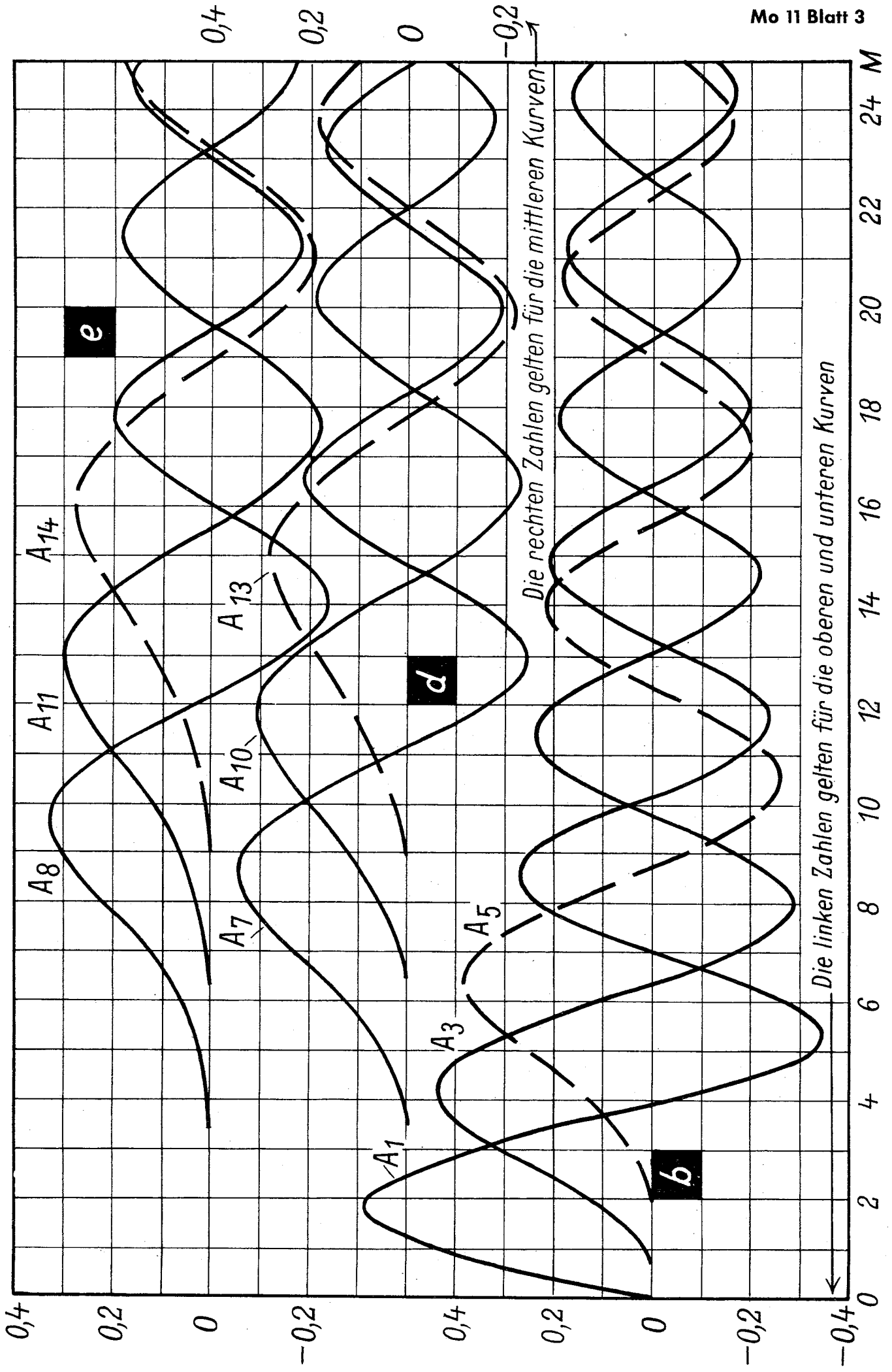


Bild 11. Die Amplituden der Grund- und Seitenwellen einer frequenzmodulierten Schwingung in Abhängigkeit vom Modulationsindex (s. a. Jahnke-Emde, Funktionentafeln)

